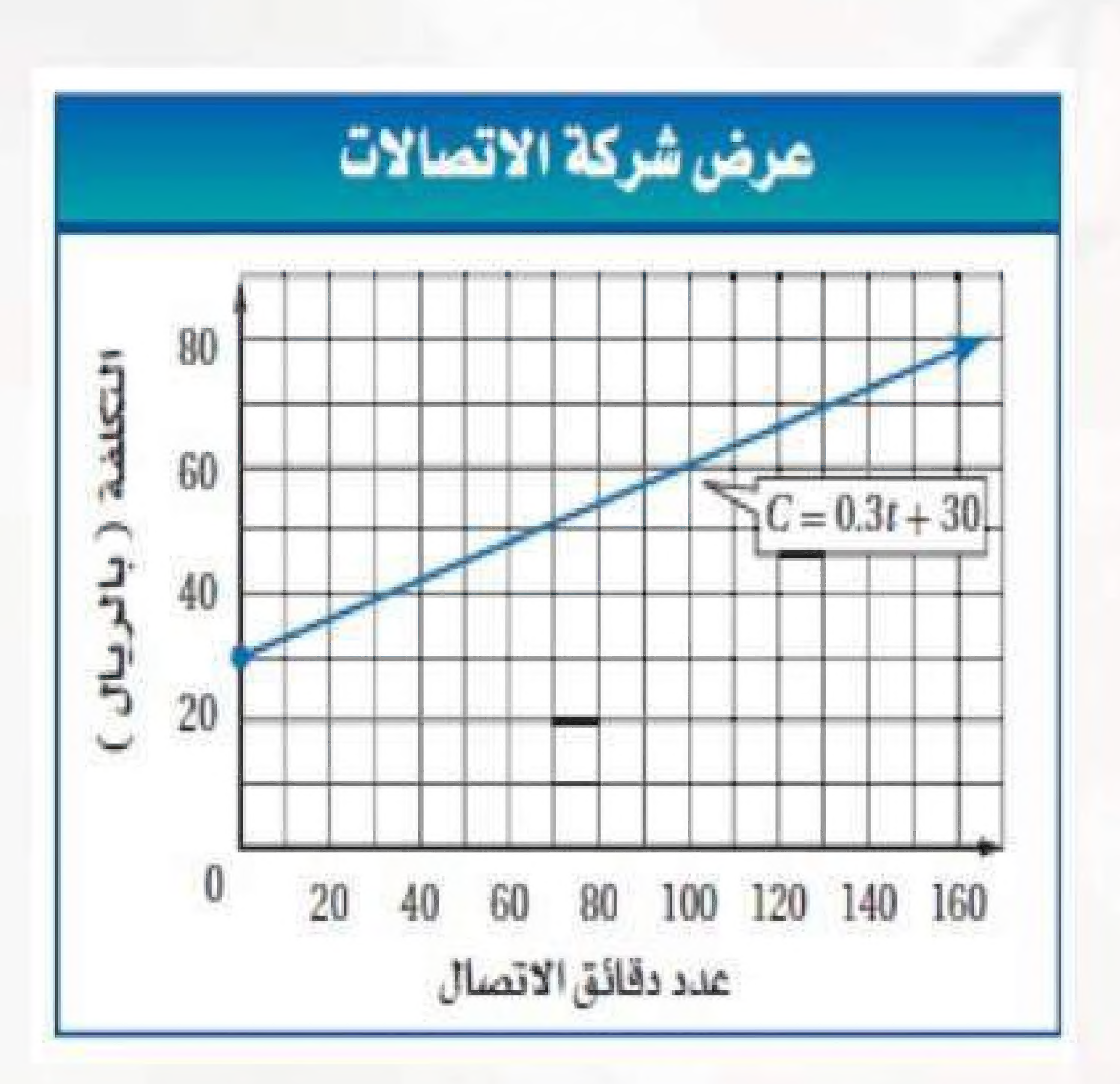






لماذا؟

قدَّمت إحدى شركات الاتصالات عرضًا يدفع بموجبه المشترك 30 ريالًا شهريًّا بالإضافة إلى 0.30 ريال عن كل دقيقة اتصال. فإذا رمزنا للتكلفة الشهرية بالرمز C ، ولعدد دقائق الاتصال بالرمز t ، فإن:

$$C = 0.3t + 30$$

فيما سبق:

درستُ إيجاد ميل المستقيم.

(الدرس 4-2)

والآن:

- أكتب معادلة مستقيم إذا عرفتُ معلومات حول تمثيله البياني.
- أحل مسألة بكتابة معادلة مستقيم.

المفردات:

صيغة الميل والمقطع
slope-intercept form

صيغة الميل ونقطة
slope-point form





كتابة معادلة المستقيم: تذكر أنه يمكن كتابة معادلة المستقيم بصيغ مختلفة، ولكنها متكافئة.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

معادلة المستقيم غير الرأسي

صيغة الميل والمقطع لمعادلة المستقيم هي $y = mx + b$، حيث m ميل المستقيم، و b مقطع المحور y.

الميل

$y = 3x + 8$ $y = mx + b$

مقطع المحور y

صيغة الميل ونقطة لمعادلة المستقيم

هي $y - y_1 = m(x - x_1)$، حيث $(x_1 ، y_1)$ إحداثيا أيّ نقطة على المستقيم ، m ميل المستقيم.

نقطة على المستقيم $(3, 5)$

$y - 5 = -2\,(x - 3)$

الميل

إذا علمت الميل ومقطع المحور y أو نقطة على المستقيم، فإنه يمكنك استعمال هاتين الصيغتين لتكتب معادلة المستقيم.

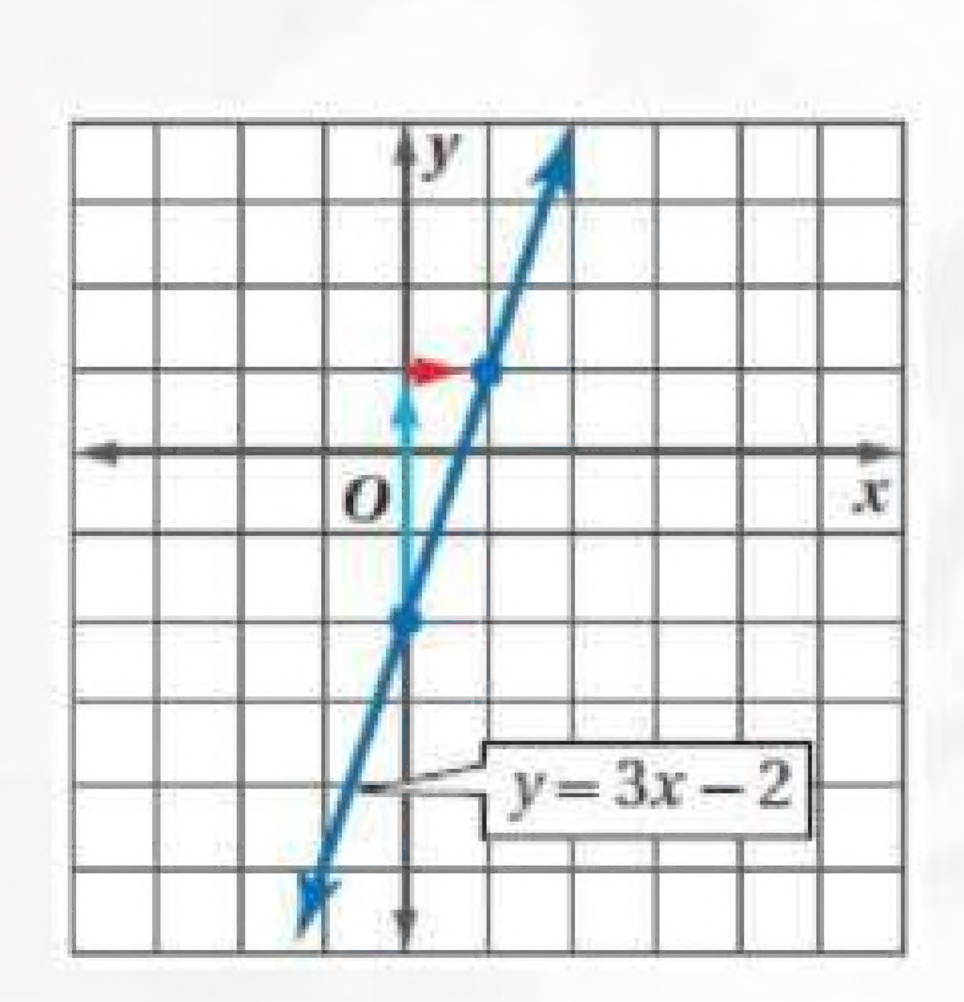
الرجوع



مثال 1 معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي ميله 3، ومقطع المحور y له -2 ، ثم مثّله بيانيًّا.

$y = mx + b$	صيغة الميل والمقطع
$y = 3x + (-2)$	$m = 3, b = -2$
$y = 3x - 2$	بالتبسيط



عيِّن على المستوى الإحداثي نقطة مقطع المحور y عند $y = -2$ ، واستعمل قيمة الميل $\frac{3}{1} = 3$ لتحدد نقطة أخرى، وذلك بالانتقال 3 وحدات أعلى مقطع المحور y، ثم وحدة واحدة إلى يمينه. ارسم المستقيم الذي يمر بهاتين النقطتين.

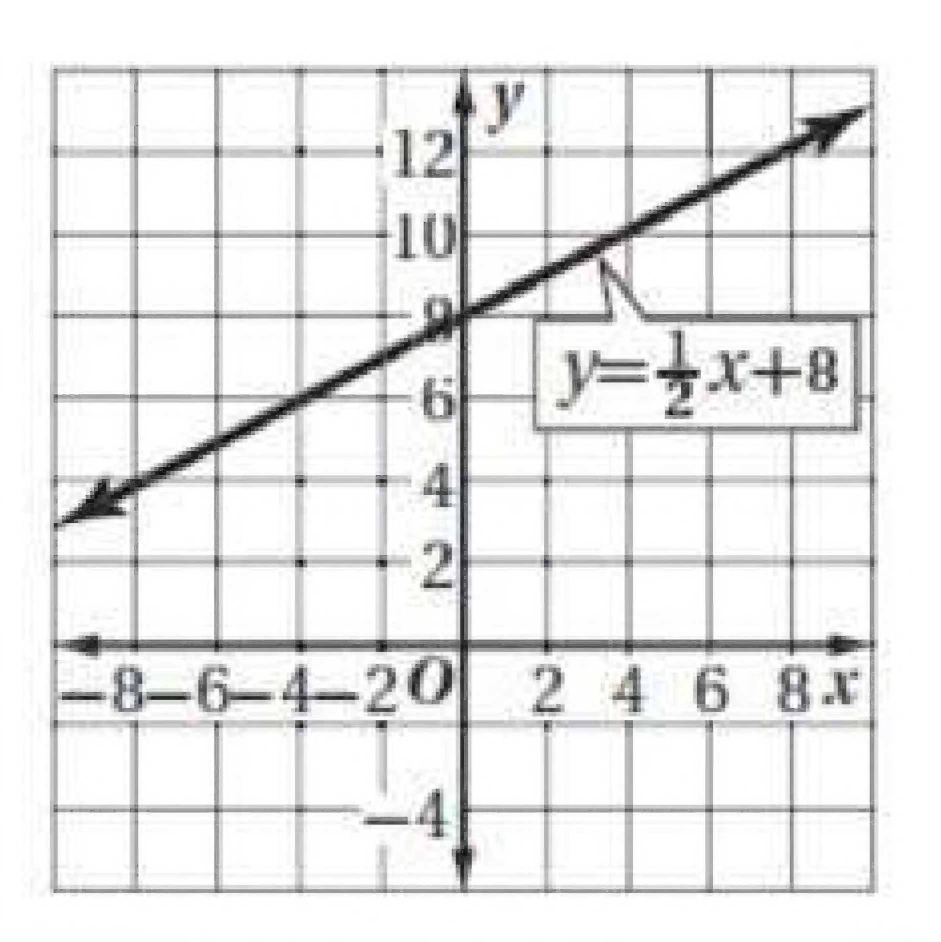






1) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{1}{2}$ ، ومقطع المحور y له 8، ثم مثّله بيانيًا.

$y = \frac{1}{2}x + 8$ (1



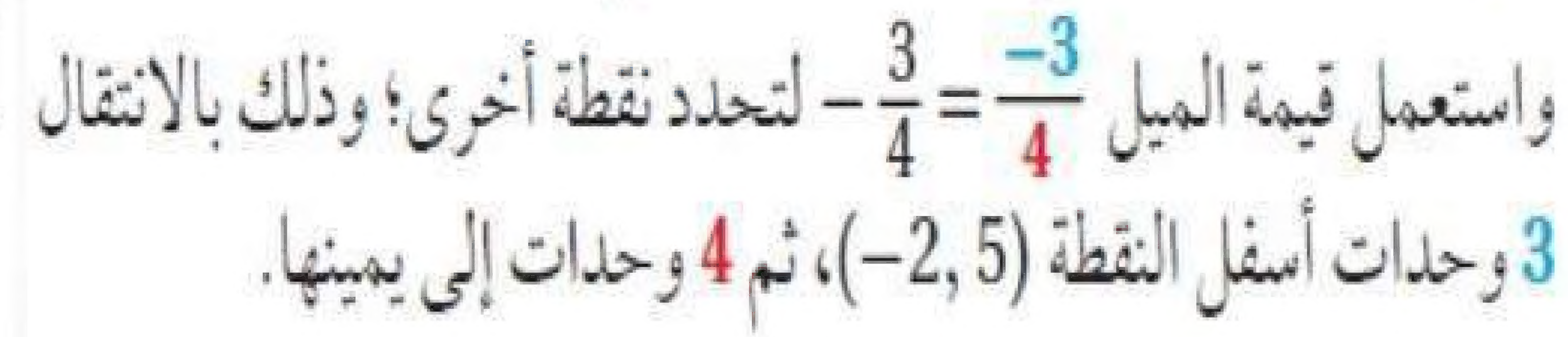


مثال 2 معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة

اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم الذي ميله $-\frac{3}{4}$ ، ويمر بالنقطة $(-2, 5)$ ، ثم مثِّله بيانيًّا.

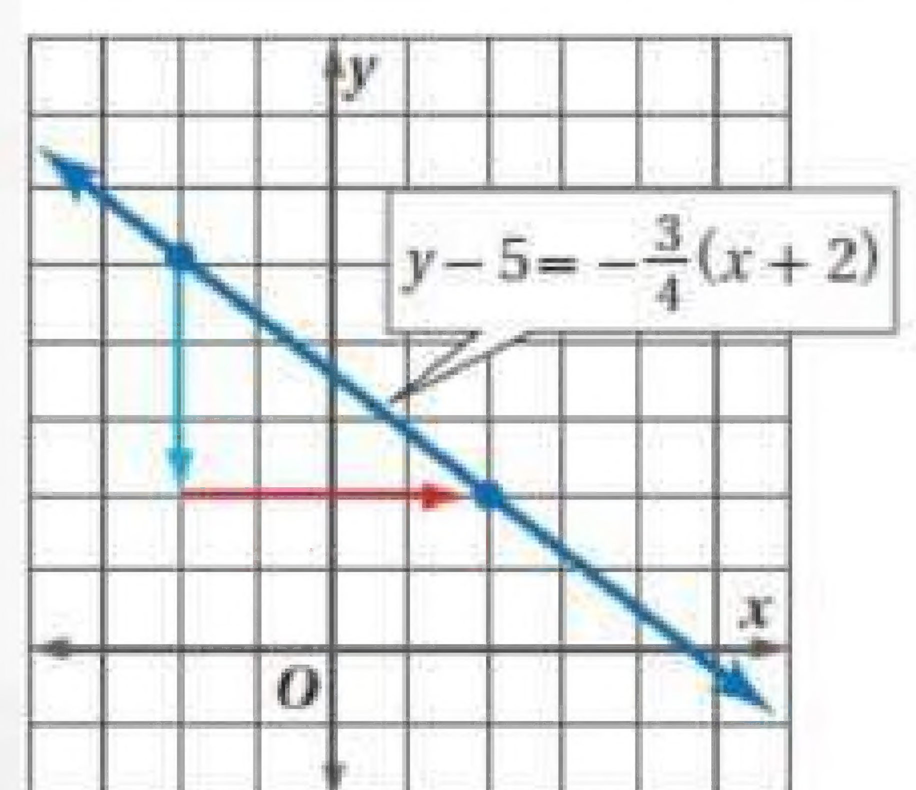
$y - y_1 = m(x - x_1)$	صيغة الميل ونقطة
$y - 5 = -\frac{3}{4}[x - (-2)]$	$m = -\frac{3}{4}, (x_1, y_1) = (-2, 5)$
$y - 5 = -\frac{3}{4}(x + 2)$	بالتبسيط

عيّن النقطة $(-2, 5)$ في المستوى الإحداثي.



واستعمل قيمة الميل $\frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$ لتحدد نقطة أخرى؛ وذلك بالانتقال 3 وحدات أسفل النقطة $(-2, 5)$، ثم 4 وحدات إلى يمينها.

ارسم المستقيم المار بهاتين النقطتين.



تنبيه !

التعويض بإحداثيات سالبة عند التعويض بإحداثيات سالبة، استعمل الأقواس لتتجنب الوقوع في أخطاء الإشارات.



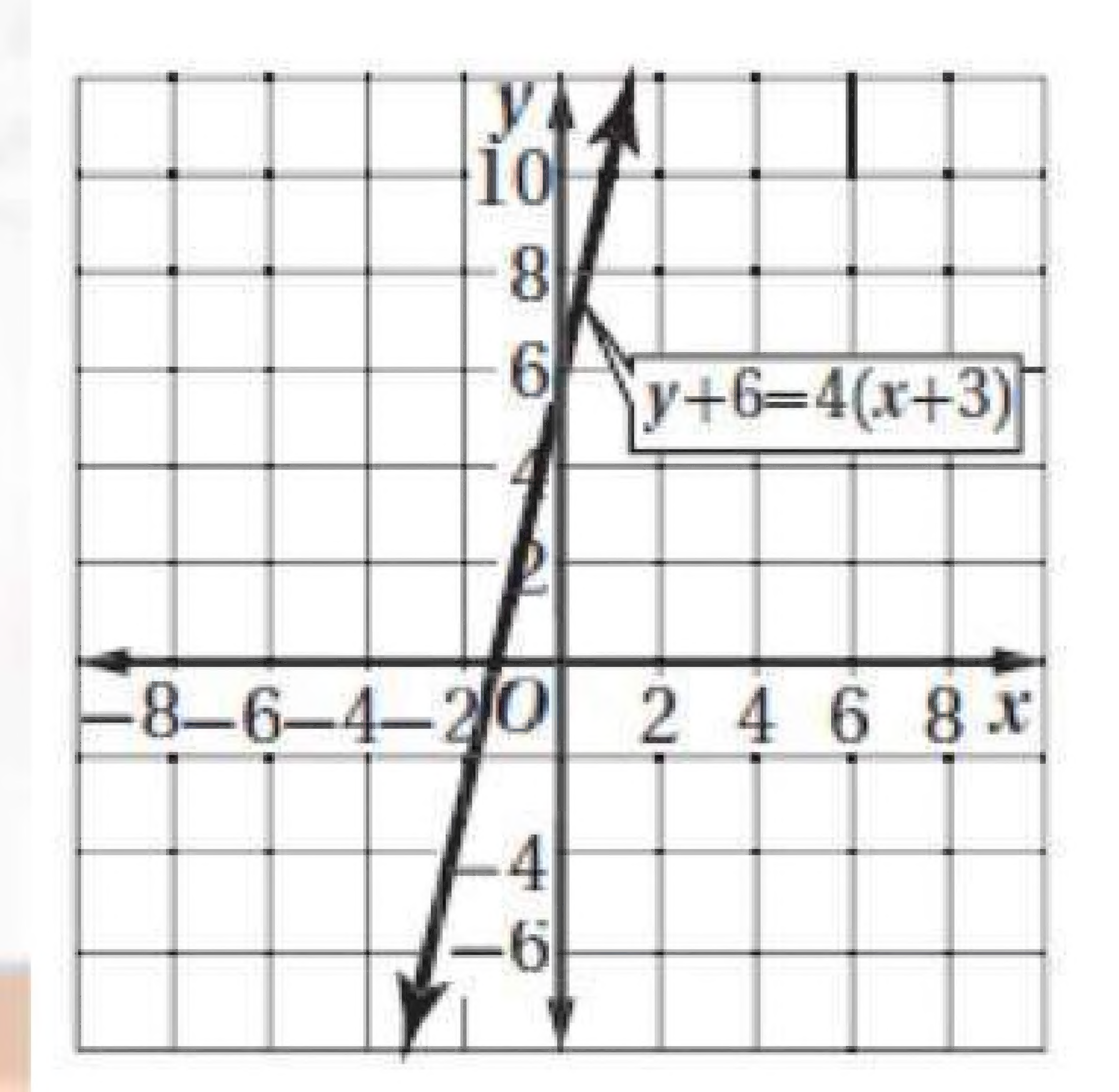




تحقق من فهمك

2) اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم الذي ميله 4 ، ويمر بالنقطة (6− ,3−)، ثم مثّله بيانيًا.

2) $y + 6 = 4(x + 3)$









مثال 3 معادلة المستقيم المار بنقطتين معلومتين

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بكل زوج نقاط فيما يأتي:

a) $(0, 3), (-2, -1)$

الخطوة 1: أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 3}{-2 - 0} = \frac{-4}{-2} = 2$$ باستعمال صيغة الميل

الخطوة 2: اكتب معادلة المستقيم.

$$y = mx + b$$ صيغة الميل والمقطع

$$y = 2x + 3$$ $m = 2$، والنقطة $(0, 3)$ هي مقطع المحور y

إرشادات للدراسة

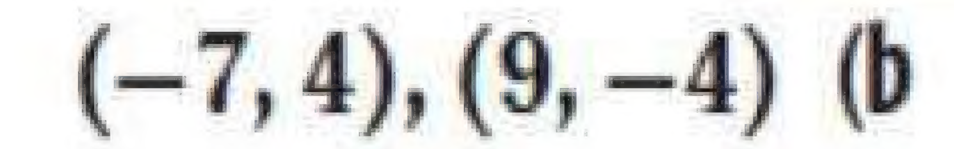
طريقة بديلة

في المثال **3b**، يمكنك تعويض إحداثيي إحدى النقطتين في صيغة الميل والمقطع لإيجاد مقطع المحور y، ثم كتابة المعادلة.

$$y = mx + b$$
$$4 = -\frac{1}{2}(-7) + b$$
$$4 = \frac{7}{2} + b$$
$$4 - \frac{7}{2} = b$$
$$b = \frac{1}{2}$$

لذا $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$





الخطوة 1: $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{-4 - 4}{9 - (-7)} = \dfrac{-8}{16} = -\dfrac{1}{2}$ باستعمال صيغة الميل

الخطوة 2: $y - y_1 = m(x - x_1)$ صيغة الميل ونقطة

$y - 4 = -\dfrac{1}{2}[x - (-7)]$ $m = -\dfrac{1}{2}, (x_1, y_1) = (-7, 4)$

$y - 4 = -\dfrac{1}{2}(x + 7)$ بالتبسيط

$y - 4 = -\dfrac{1}{2}x - \dfrac{7}{2}$ بالتوزيع

$y = -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}$ بجمع 4 لكلا الطرفين



اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بكل زوج نقاط فيما يأتي:

$(-2, 4), (8, 10)$ (3A

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $m = \frac{10 - 4}{8 + 2}$ $m = \frac{3}{5}$

$y = mx + b$ $y = \frac{3}{5}x + b$

$10 = \frac{3}{5} * 8 + b$ $b = 10 - \frac{24}{5}$ $b = \frac{26}{5}$

$$y = \frac{3}{5}x + \frac{26}{5}$$



اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بكل زوج نقاط فيما يأتي:

$$(-1, 3), (7, 3) \quad \textbf{(3B}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad m = \frac{3 - 3}{7 + 1} \qquad m = 0$$

$$y = mx + b \qquad 3 = 0 * 7 + b \qquad b = 3$$

$$y = 3$$





مثال 4 معادلة المستقيم الأفقي

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(-2, 6)$, $(5, 6)$.

الخطوة 1: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 6}{5 - (-2)} = \frac{0}{7} = 0$

الخطوة 2: $y - y_1 = m(x - x_1)$ صيغة الميل ونقطة

$y - 6 = 0[x - (-2)]$ $m = 0, (x_1, y_1) = (-2, 6)$

$y - 6 = 0$ بالتبسيط

$y = 6$ بجمع 6 لكلا الطرفين



تحقق من فهمك

4) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(5, 0), (3, 0)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad m = \frac{0 - 0}{3 - 5} \qquad m = 0$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = 0(x - 5)$$

$$y = 0$$







تحتوي معادلات المستقيمات الأفقية أو الرأسية متغيرًا واحدًا فقط.



مفهوم أساسي

معادلات المستقيمات الأفقية أو الرأسية

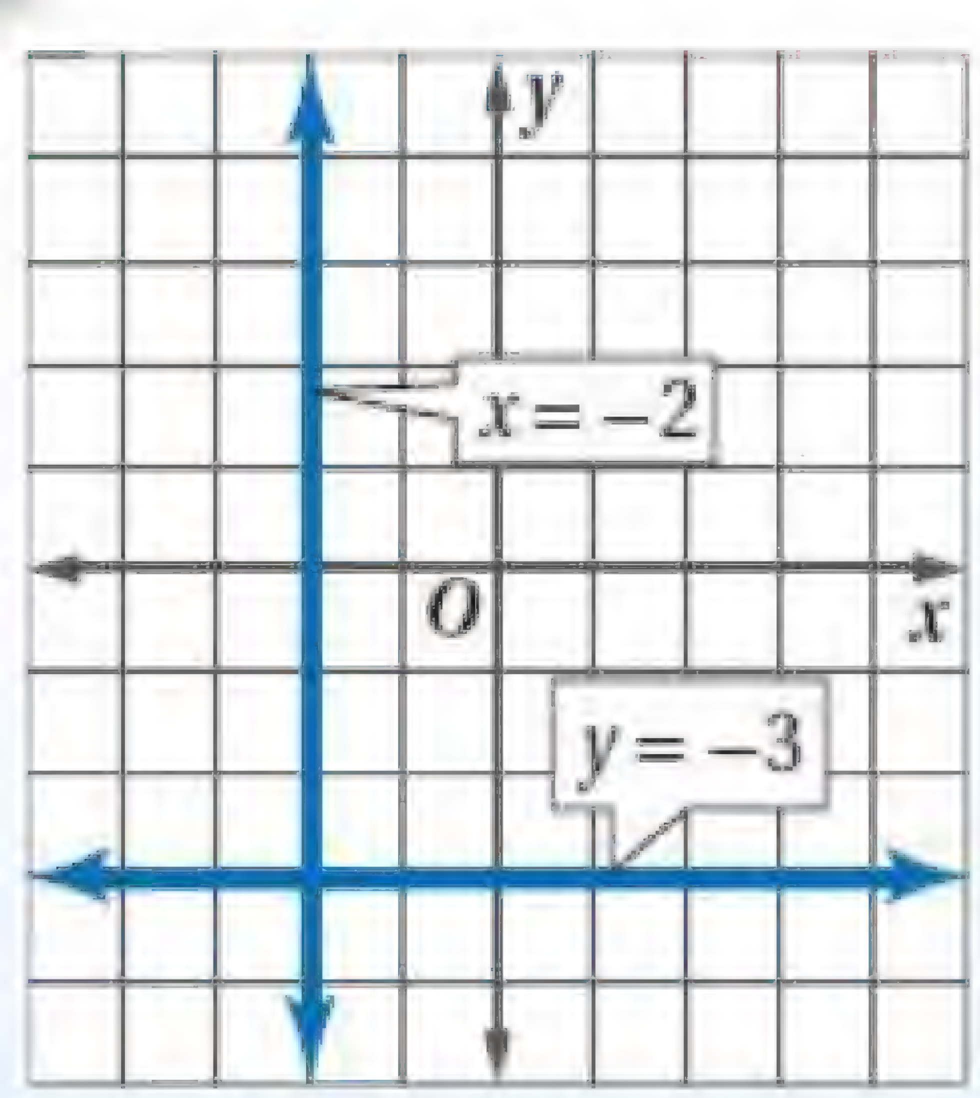


معادلة المستقيم الأفقي هي $y = b$،
حيث b مقطع المحور y له.

مثال: $y = -3$

معادلة المستقيم الرأسي هي $x = a$،
حيث a مقطع المحور x له.

مثال: $x = -2$



المستقيمات المتوازية غير الرأسية لها الميل نفسه. ويكون المستقيمان غير الرأسيين متعامدين إذا كان ناتج ضرب ميليهما يساوي 1−. والمستقيم الرأسي والمستقيم الأفقي دائمًا متعامدان.





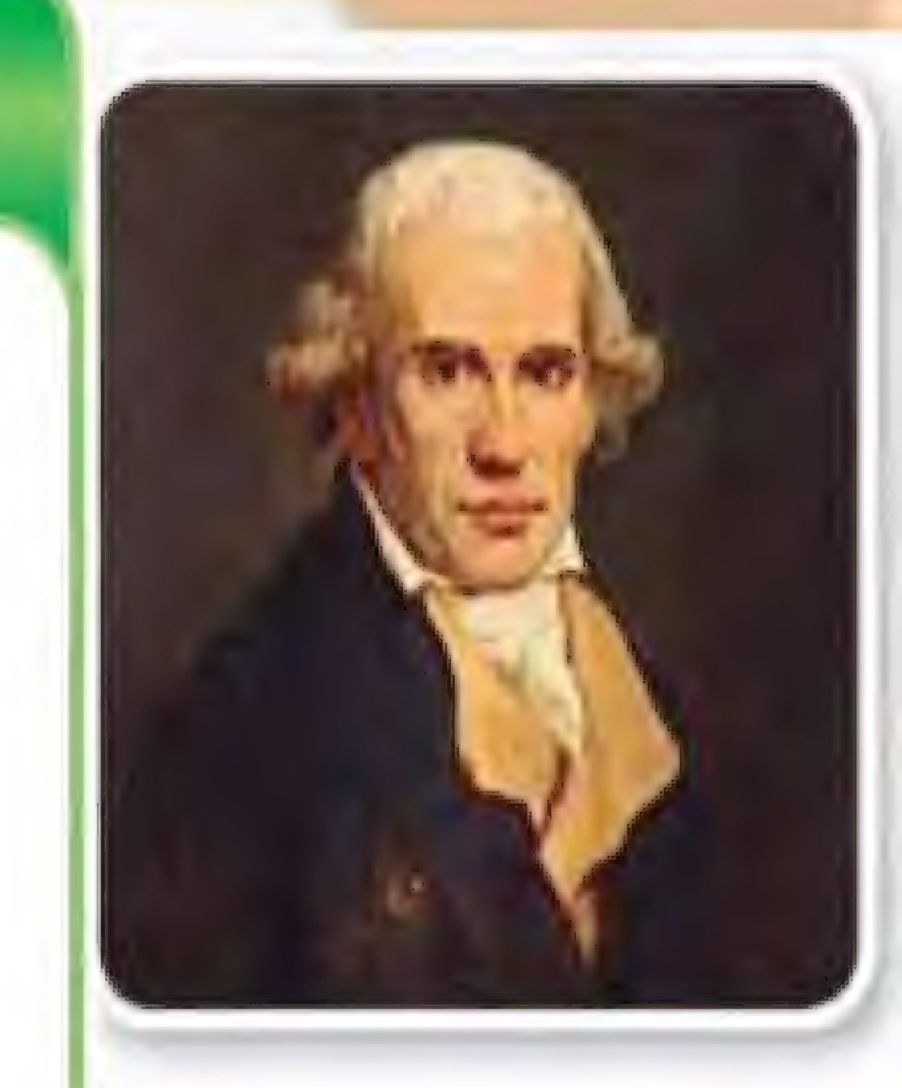
مثال 5 معادلات المستقيمات المتوازية أو المتعامدة

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم العمودي على $y = -3x + 2$، والمار بالنقطة $(4, 0)$

ميل المستقيم $y = -3x + 2$ يساوي -3 ؛ لذا فإن ميل المستقيم العمودي عليه يساوي $\frac{1}{3}$.

$y = mx + b$	صيغة الميل والمقطع
$0 = \frac{1}{3}(4) + b$	$m = \frac{1}{3}, (x, y) = (4, 0)$
$0 = \frac{4}{3} + b$	بالتبسيط
$-\frac{4}{3} = b$	بطرح $\frac{4}{3}$ من كلا الطرفين

لذا فمعادلة المستقيم العمودي هي $y = \frac{1}{3}x + \left(-\frac{4}{3}\right)$، أو $y = \frac{1}{3}x - 1\frac{1}{3}$.



تاريخ الرياضيات

قاسبارد مونج

1746م - 1818م

عرض قاسبارد مونج معادلة المستقيم بصيغة النقطة والميل في بحث قدّمه عام 1784م.



5) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يوازي $y = -\frac{3}{4}x + 3$ ويمر بالنقطة $(-3, 6)$.

المستقيمان المتوازيان لهما نفس الميل

ميل المستقيم المطلوب = $\frac{-3}{4}$

نوجد قيمة b بالتعويض بالنقطة في معادلة المستقيم

$$y = \frac{-3}{4}x + b$$

$$6 = \frac{-3}{4} * -3 + b$$

$$6 + \frac{9}{4} = b$$

$$b = \frac{33}{4}$$

$$y = \frac{-3}{4}x + \frac{33}{4}$$

تحقق من فهمك



مثال 6 من واقع الحياة — كتابة معادلة خطيّة

هواتف: يقارن علي بين عرضين مقدمين من شركة هاتف محمول. يدفع بموجب العرض **X** مبلغ **150** ريالًا شهريًا بالإضافة إلى **0.15** ريال عن كل دقيقة اتصال. أما العرض **Y** فتفاصيله موضحة في فقرة "لماذا؟" في بداية الدرس. أي العرضين أفضل لعلي؟

افهم: العرض X : 150 ريالًا شهريًا زائد 0.15 ريال عن كل دقيقة اتصال.
العرض Y : 135 ريالًا شهريًا زائد 0.30 ريال عن كل دقيقة اتصال.
قارن بين العرضين لتحدد متى تكون التكلفة الشهرية لأحدهما أقل من التكلفة الشهرية للآخر.

خطط: اكتب معادلة تمثل التكلفة الشهرية C لكل من العرضين لعدد t من دقائق الاتصال، ثم مثّل المعادلتين بيانيًا وقارن.

حل: معدلا التزايد أو ميلا معادلتي التكلفة الشهرية هما 0.15 للعرض X، و 0.30 للعرض Y. وعندما يكون عدد دقائق الاتصال صفرًا، تكون التكلفة الشهرية هي الرسوم فقط؛ لذا فإن مقطع المحور y هو 150 للعرض X، و 135 للعرض Y.

إرشادات حل المسألة

التمثيل البياني

في المثال 6 ، مع أن الرسوم الشهرية في العرض Y أقل إلا أن سعر دقيقة الاتصال الواحدة أكبر. وهذا يجعل المقارنة بين العرضين صعبة. إلا أن التمثيل البياني يُسهّل المقارنة بين موقفين خطيين في كثير من الأحيان.



العرض Y		العرض X
$C = mt + b$	صيغة الميل والمقطع	$C = mt + b$
$C = 0.30t + 135$	بالتعويض عن m و b	$C = 0.15t + 150$

عروض الهاتف المحمول

$C = 0.15t + 150$

$C = 0.30t + 135$

التكلفة (ريال)

186، 172، 158، 144، 130، 0

20، 40، 60، 80، 100، 120، 140، 160

عدد دقائق الاتصال

يظهر من التمثيل البياني أن تكلفتي العرضين تتساويان عندما يكون عدد دقائق الاتصال 100 دقيقة، وعندها تكون التكلفة 165 ريالًا .

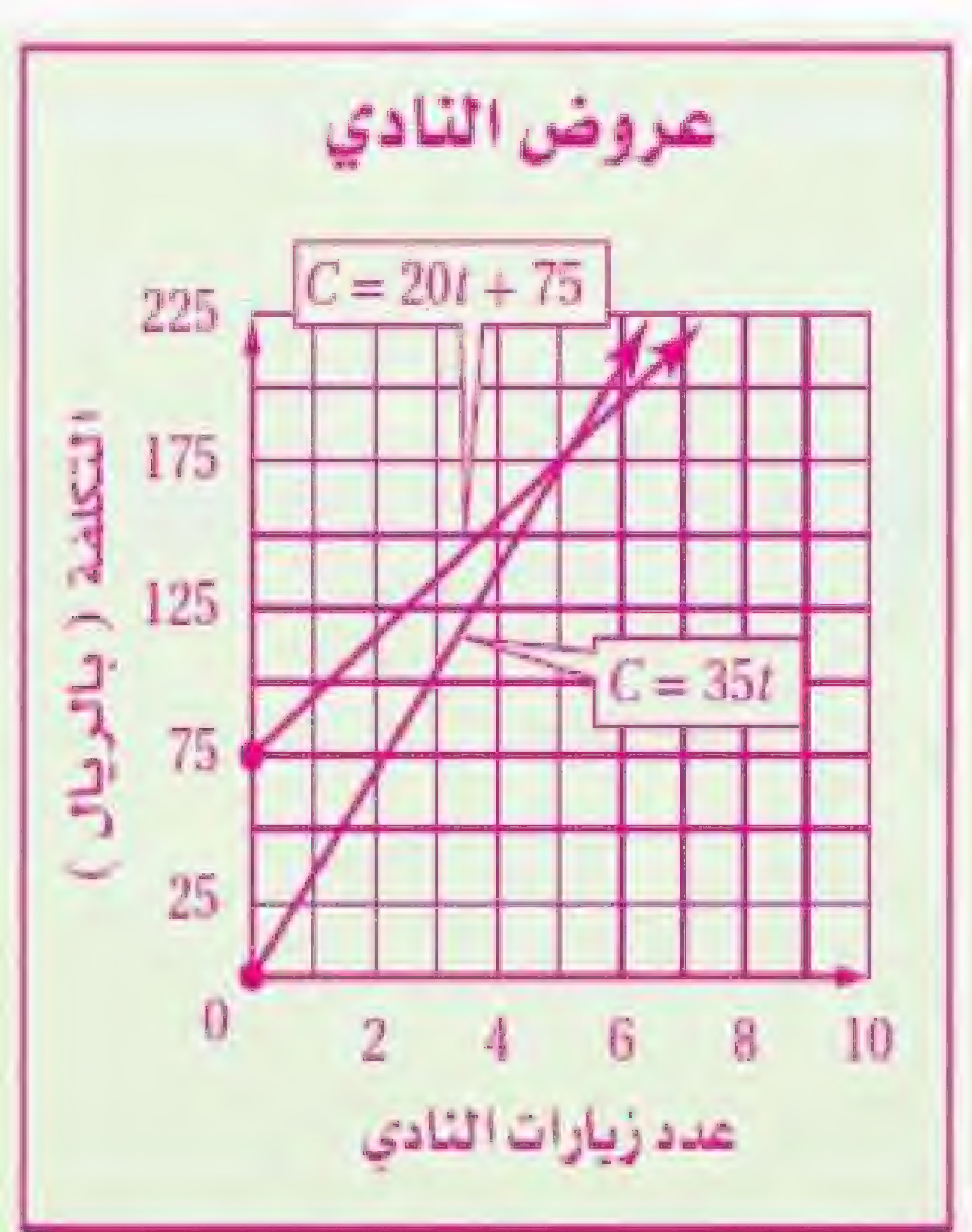
ويظهر أيضًا من التمثيل البياني أنه إذا كان عدد دقائق الاتصال أقل من 100 دقيقة في الشهر ، فإن تكلفة العرض Y أقل، بينما تكون تكلفة العرض X أقل إذا كان عدد دقائق الاتصال أكثر من 100 دقيقة في الشهر.

تحقق: تحقق من تقديرك. إذا كان عدد دقائق الاتصال يساوي 100 دقيقة ، فإن تك... $0.15(100) + 150 = 165$ ، وتكلفة العرض Y هي $...0(100) + 135 = 165$

الرجوع



6) افترض أن رسوم العرض Y الشهرية تساوي 140 ريالاً، وسعر دقيقة الاتصال الواحدة 0.28 ريال. فأي العرضين أفضل لعلي؟ برر إجابتك.



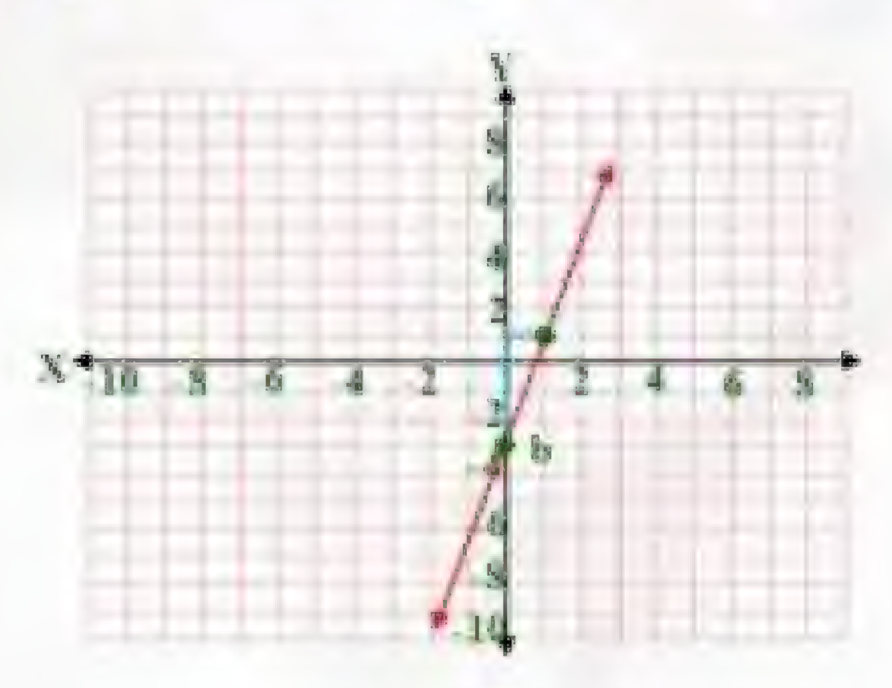
6) $C = 35t$ و $C = 20t + 75$ ؛ للعرضين التكلفة نفسها إذا كان عدد زيارات النادي 5، بينما يكون العرض Y أفضل إذا كانت الزيارات أقل من 5 مرات، ويكون العرض X أفضل إذا كانت الزيارات أكثر من 5 مرات.



اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المُعطى ميله ومقطع المحور y له في كلٍّ مما يأتي، ثم مثّله بيانيًّا:

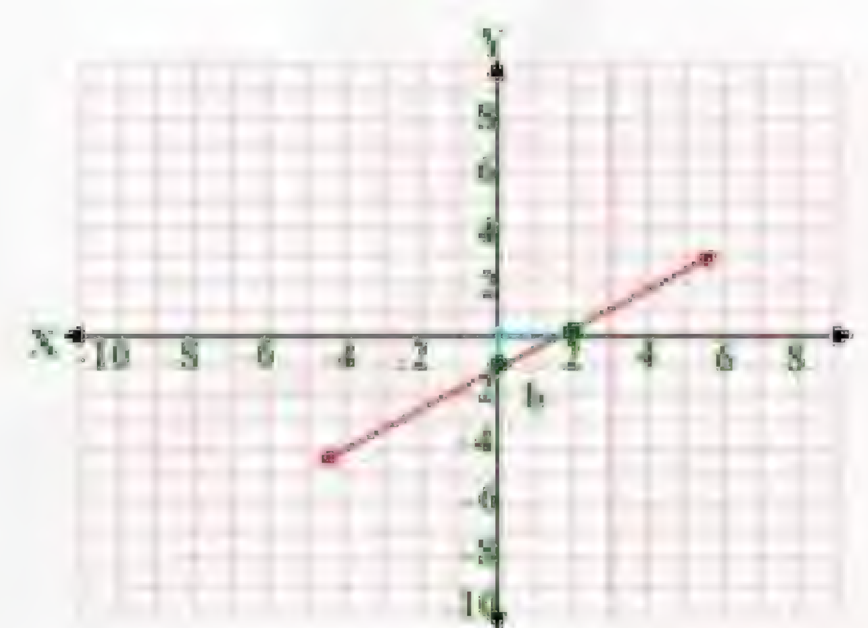
1) $m = 4, b = -3$

$y = 4x - 3 \leftarrow y = mx + b$



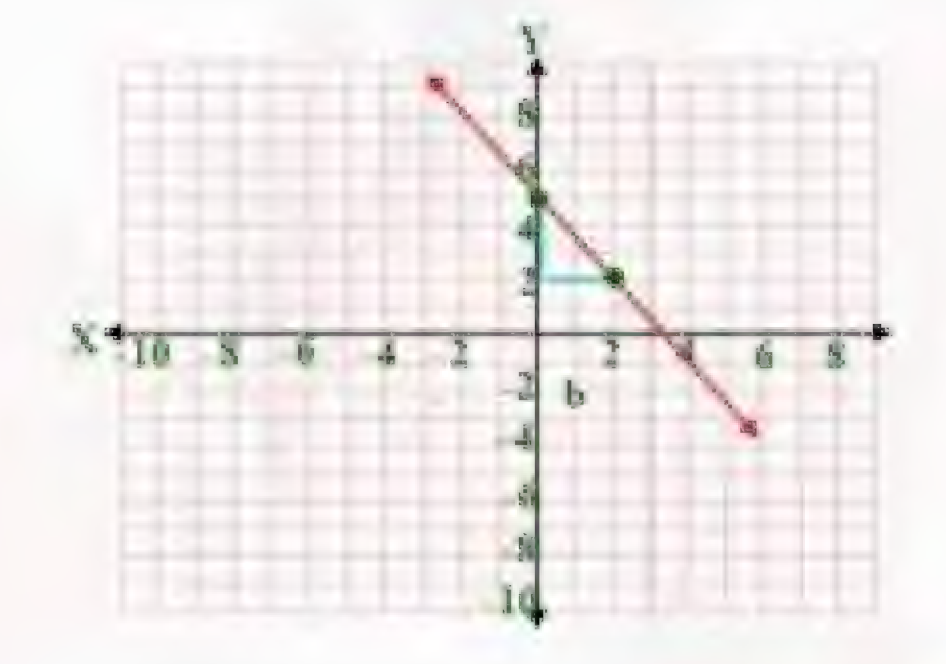
2) $m = \frac{1}{2}, b = -1$

$y = \frac{1}{2}x - 1 \leftarrow y = mx + b$



3) $m = -\frac{3}{2}, b = 5$

$y = \frac{-3}{2}x + 5 \leftarrow y = mx + b$



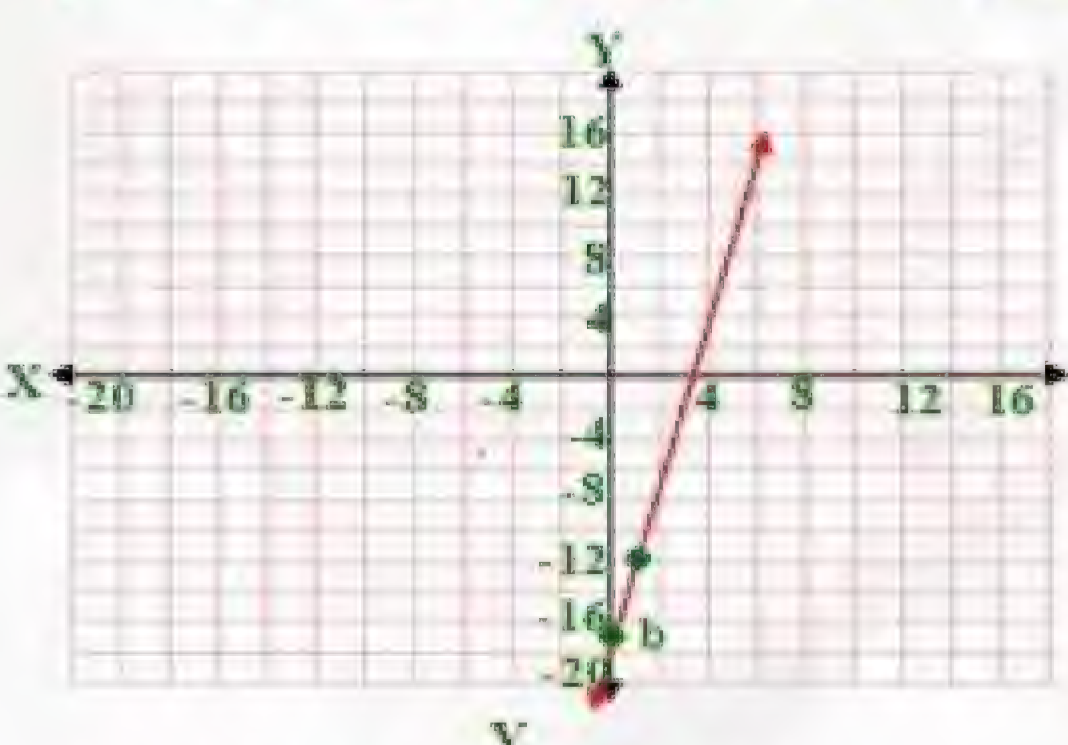


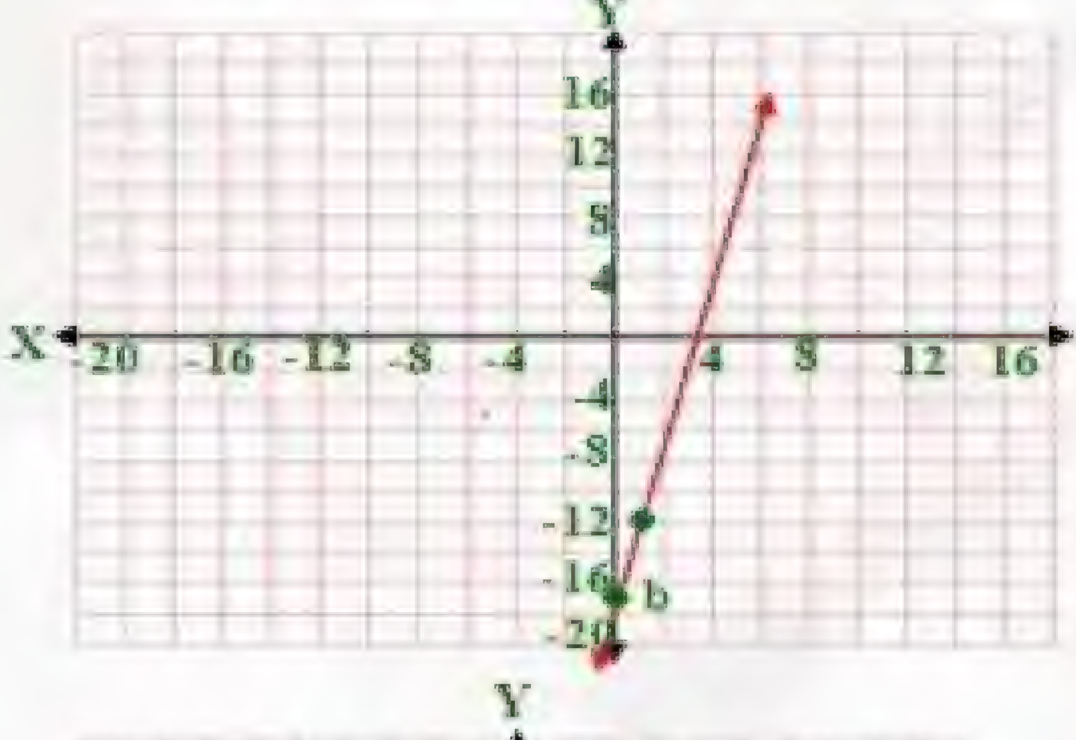
اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المُعطى ميله ونقطة يمر بها في كلٍّ مما يأتي، ثم مثله بيانياً

4) $m = 5, (3, -2)$

$y - y_1 = m(x - x_1) \to y - (-2) = 5(x - 3) \to y + 2 = 5x - 15$

معادلة المستقيم $y = 5x - 17$





5) $m = \frac{1}{4}, (-2, -3)$

$y - y_1 = m(x - x_1) \to y - (-3) = \frac{1}{4}(x - (-2))$

$y + 3 = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} \to y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} - 3$

معادلة المستقيم

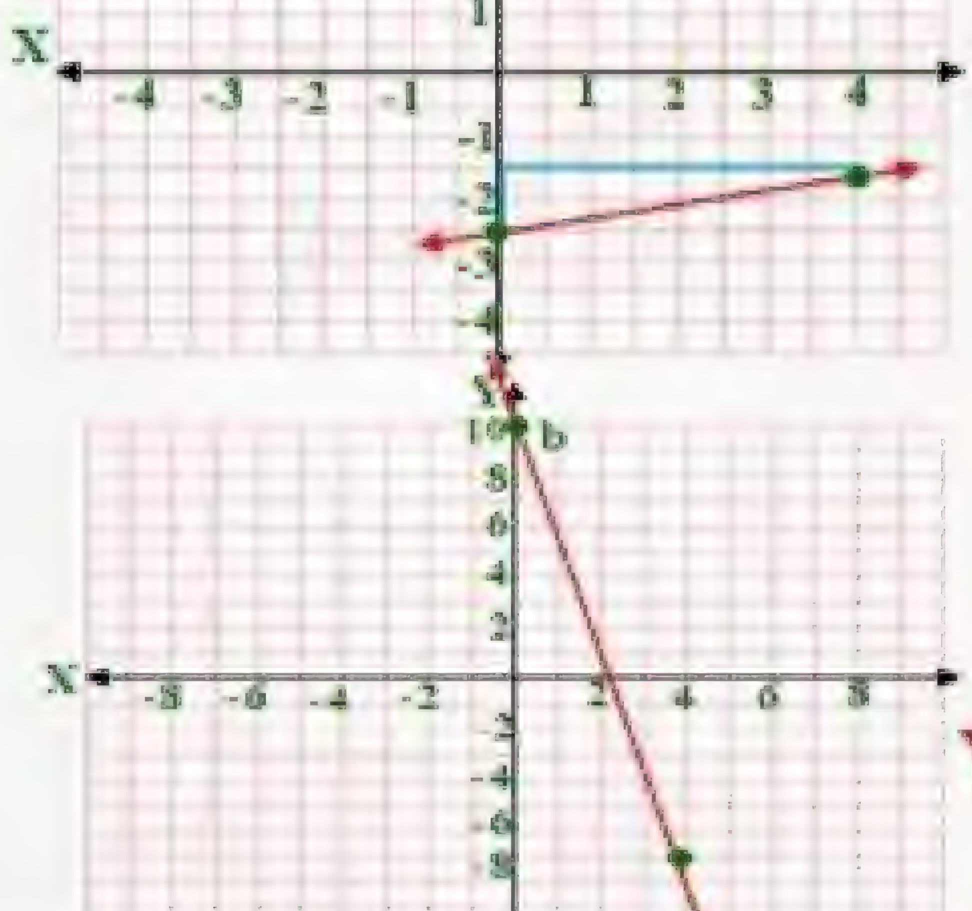
$y = \frac{1}{4}x - \frac{5}{2}$

6) $m = -4.25, (-4, 6)$

$y - y_1 = m(x - x_1) \to y - 6 = -4.25(x - (-4))$

$y - 6 = -4.25x + 4 \to y = -4.25x + 6 + 4$

معادلة المستقيم $Y = -4.25x + 10$





اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي أُعطيت نقطتان يمر بهما في كلٍّ مما يأتي:

7) $(0, -1), (4, 4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-(-1)}{4-0} = \frac{5}{4}$$

$$y = mx + b \rightarrow -1 = \frac{5}{4} \times 0 + b$$

$$b = -1$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{5}{4}x - 1$$

8) $(4, 3), (1, -6)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6-3}{1-4} = \frac{-9}{-3} = 3$$

$$y = mx + b \rightarrow 3 = 3 \times 4 + b$$

$$b = -9$$

$$y = mx + b \rightarrow y = 3x - 9$$

9) $(6, 5), (-1, -4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-5}{-1-6} = \frac{-9}{-7} = \frac{9}{7}$$

$$y = mx + b \rightarrow -4 = \frac{9}{7} \times -1 + b$$

$$b = -4 + \frac{9}{7} = \frac{-19}{7}$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{9}{7}x - \frac{19}{7}$$



10) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم العمودي على $y = -2x + 6$ ، والمار بالنقطة $(3, 2)$.

ميل المستقيم

$Y = -2x + 6$

لذا ميل المستقيم العمودي عليه = $\frac{1}{2}$

$y = mx + b \rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times 3 + b$

$b = \frac{1}{2}$

معادلة المستقيم العمودي =

$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

11) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(-1, 5)$ ، ويوازي المستقيم الذي معادلته $y = 4x - 5$.

ميل المستقيم

$4 \leftarrow y = 4x - 5$

لذا ميل المستقيم الذي يوازيه ٤

$5 = -1 \times 4 + b \leftarrow y = mx + b$

$b = 9$

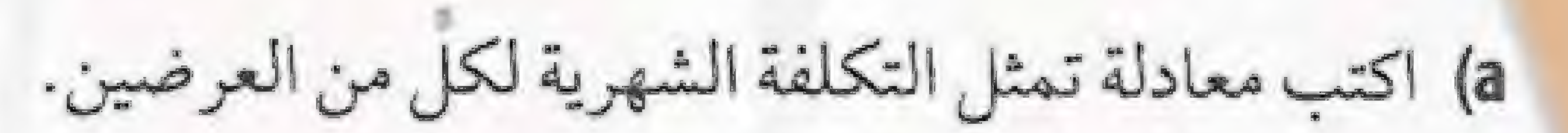
معادلة المستقيم العمودي =

$y = 4x + 9$



12) **عروض:** يقارن سلمان بين عرضين مقدمين من نادٍ رياضي. يدفع بموجب العرض الأول اشتراكًا شهريًا قدره 100 ريال، بالإضافة إلى 10 ريالاتٍ عن كل زيارة. ويدفع بموجب العرض الثاني اشتراكًا شهريًا قدره 150 ريالًا، ويسمح له بعشر زيارات شهريًا.



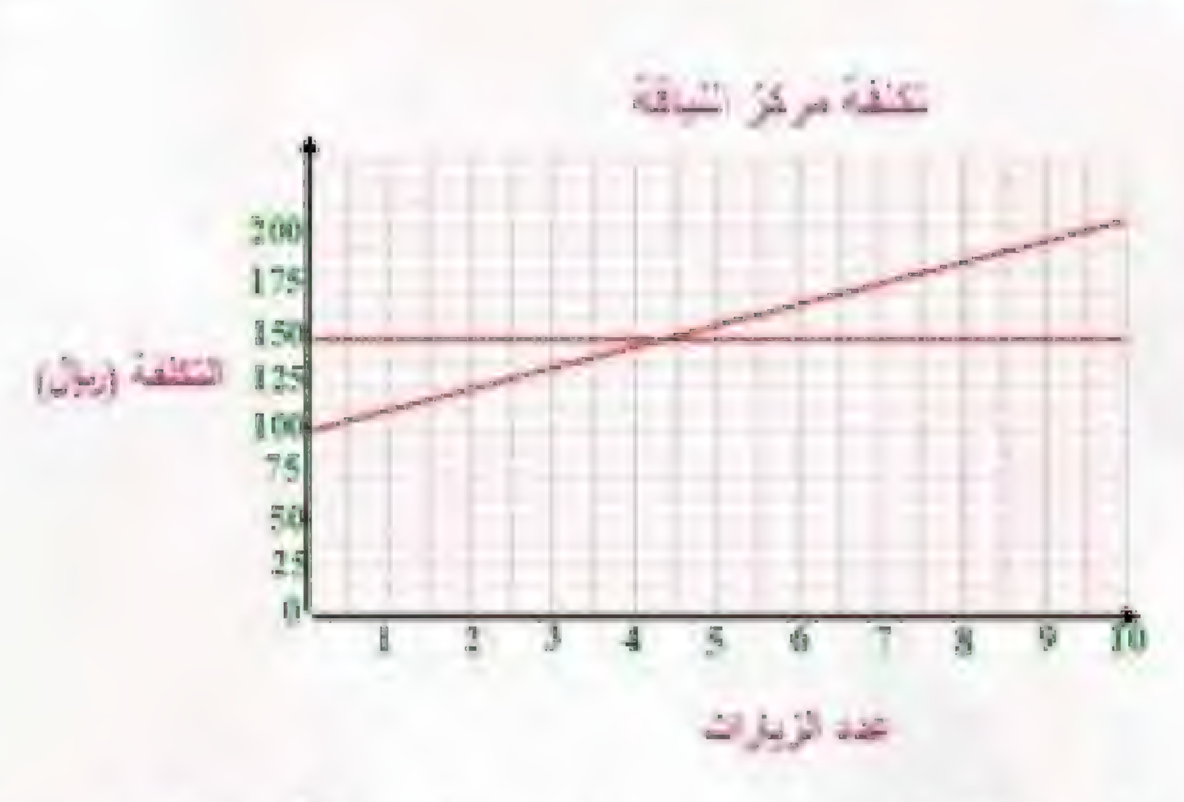


a) اكتب معادلة تمثل التكلفة الشهرية لكلٍّ من العرضين.

معادلة العرض الأول $10x + 150 = y$

معادلة العرض الثاني $150 = y$

b) مثّل كلتا المعادلتين بيانيًا.



c) إذا كان سلمان يريد الذهاب إلى النادي 7 مراتٍ شهريًا، فهل يشترك في العرض الأول أم الثاني؟ فسّر إجابتك.

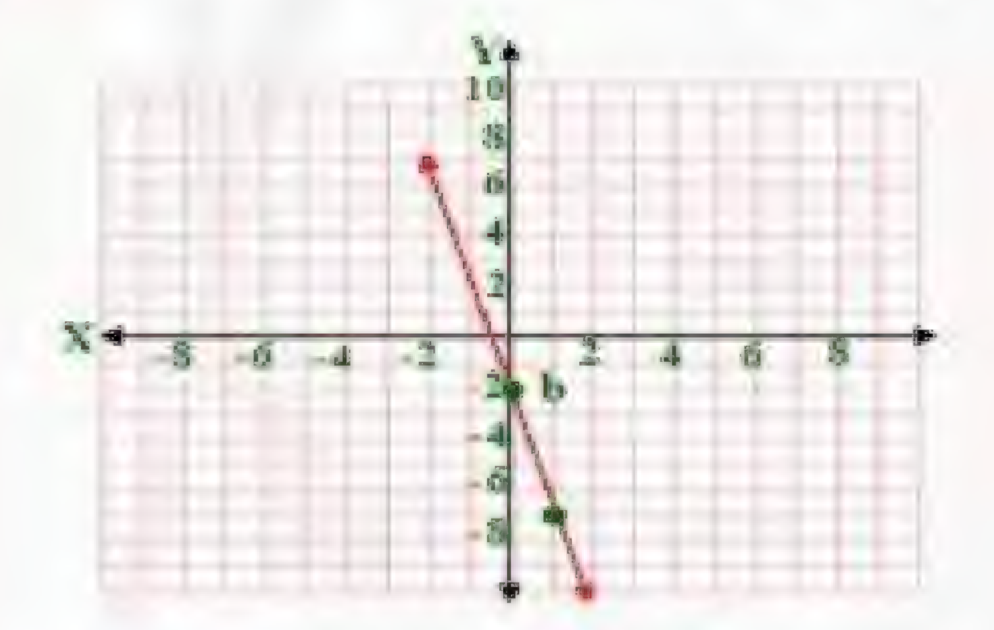
العرض الثاني أفضل ، حيث التكلفة 150 ريالاً، على حين أن تكلفة العرض الأول 170ريالاً.

$$170 = 100 + 10 \times 7$$

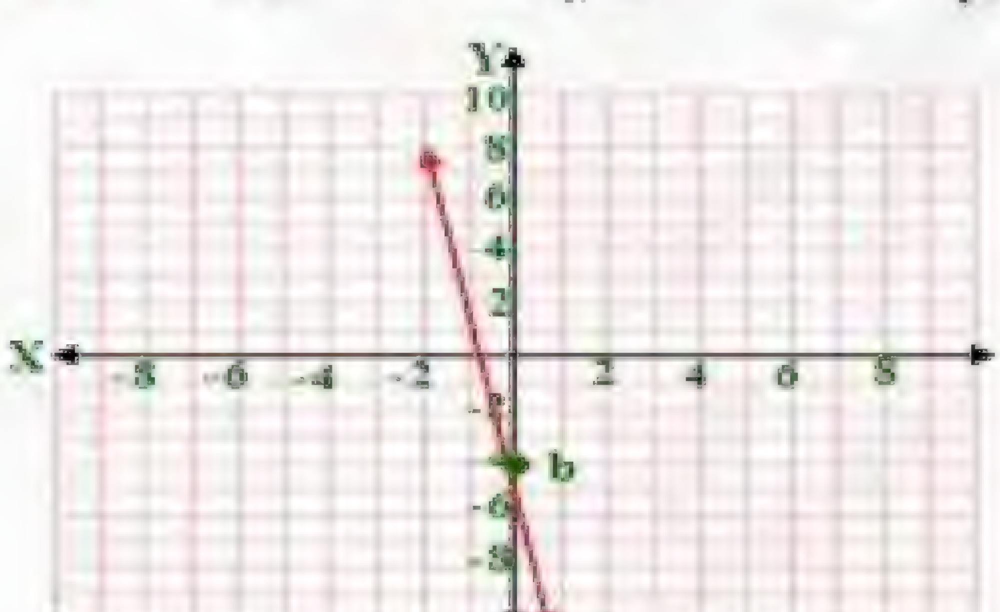
الرجوع

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المُعطى ميله ومقطع المحور y له في كلٍّ مما يأتي، ثم مثله بيانيًا

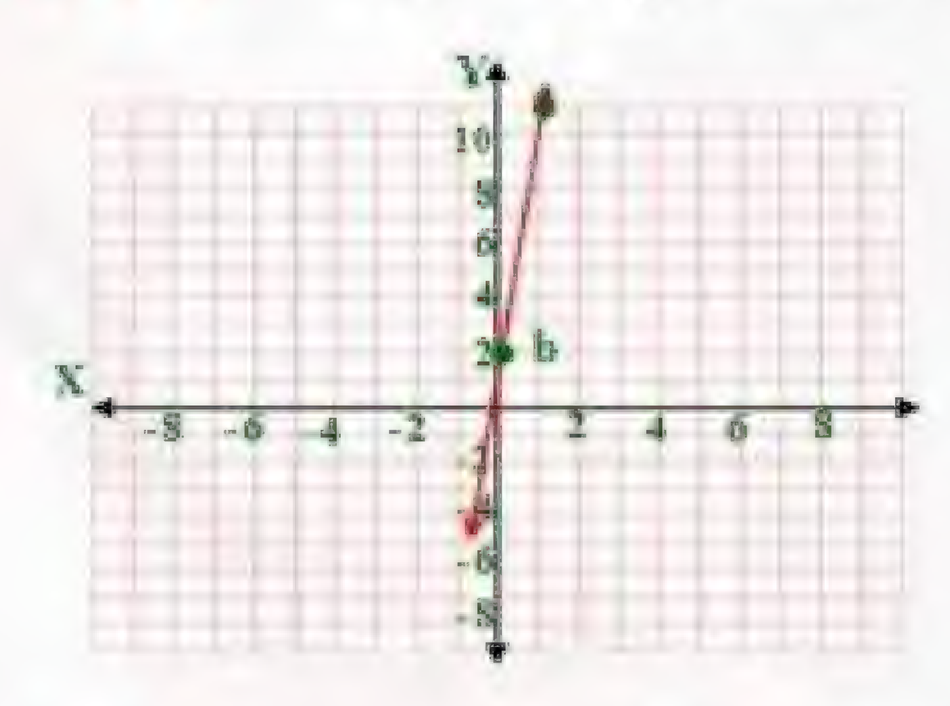
13) $m = -5, b = -2$
Y=-5X-2



14) $m = -7, b = -4$
Y=-7X-4



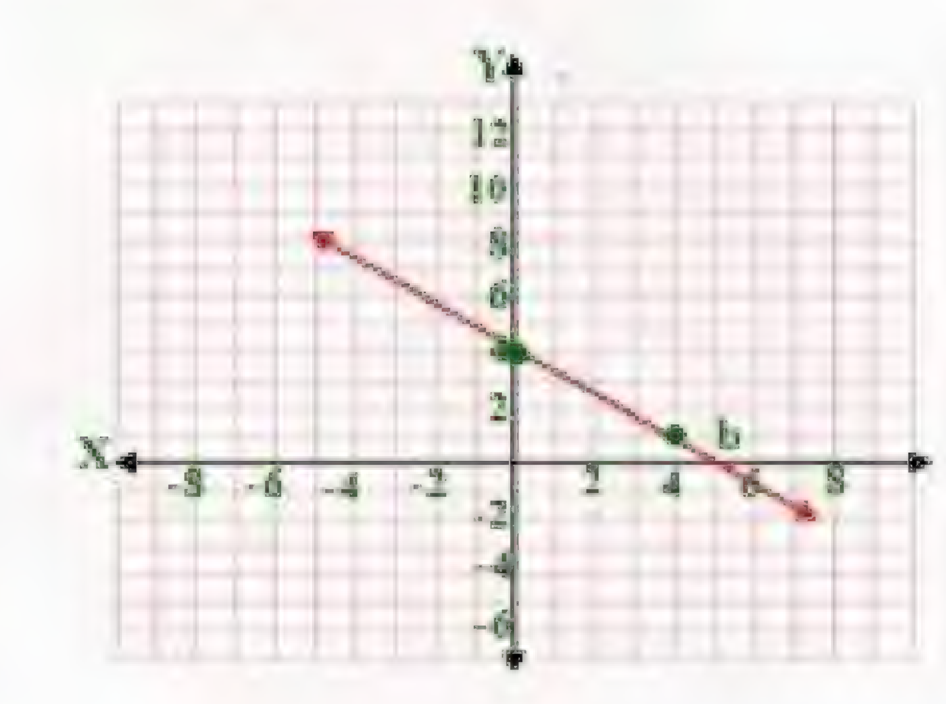
15) $m = 9, b = 2$
Y=-9X-2



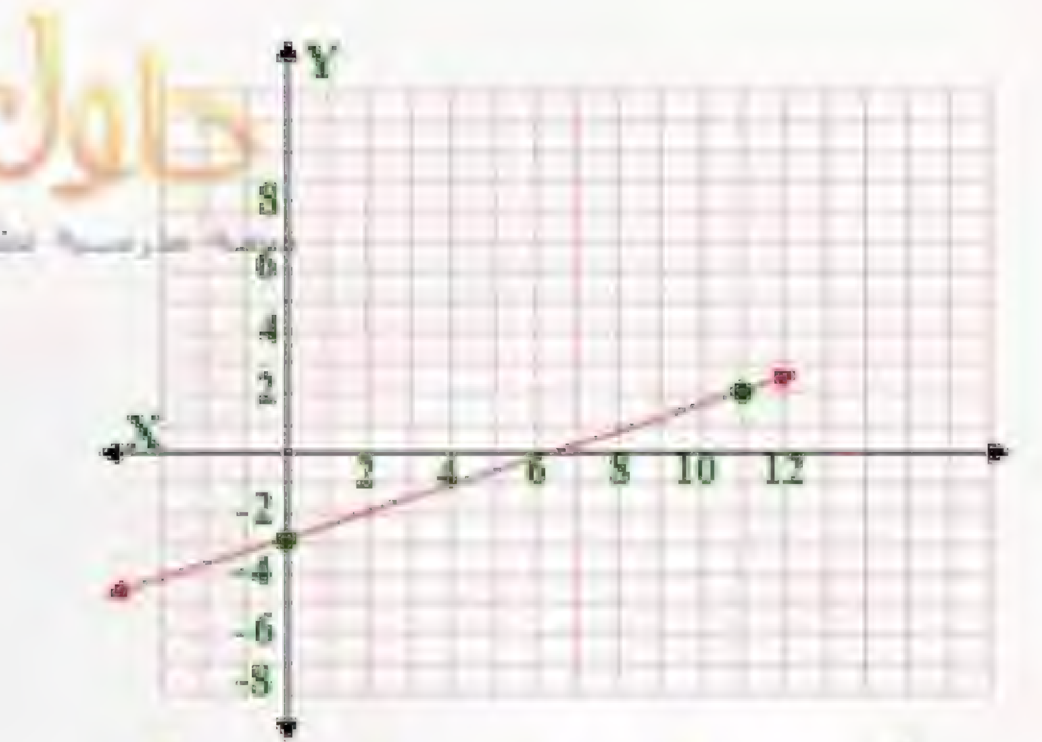
16) $m = 12, b = \frac{4}{5}$
$Y = 12X + \frac{4}{5}$



17) $m = -\frac{3}{4}, (0, 4)$
$y = -\frac{3}{4}x + 4$

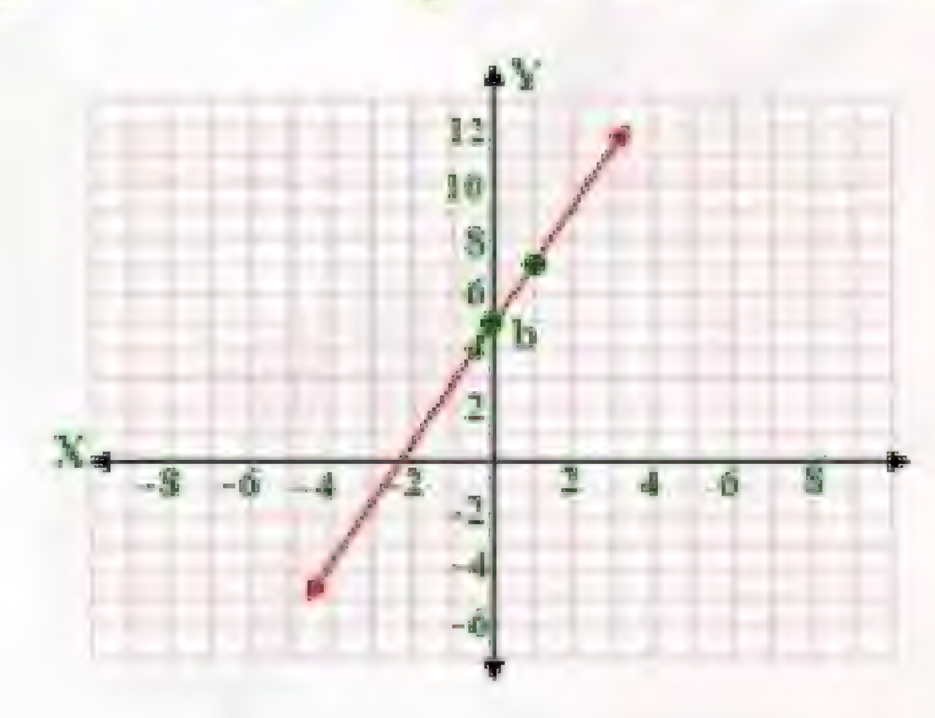






$y = \frac{5}{11}x - 3$ $m = \frac{5}{11}, (0, -3)$ (18

اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المُعطى ميله ونقطة يمر بها في كلٍّ مما يأتي، ثم مثّله بيانيًّا:



$m = 2, (3, 11)$ (19

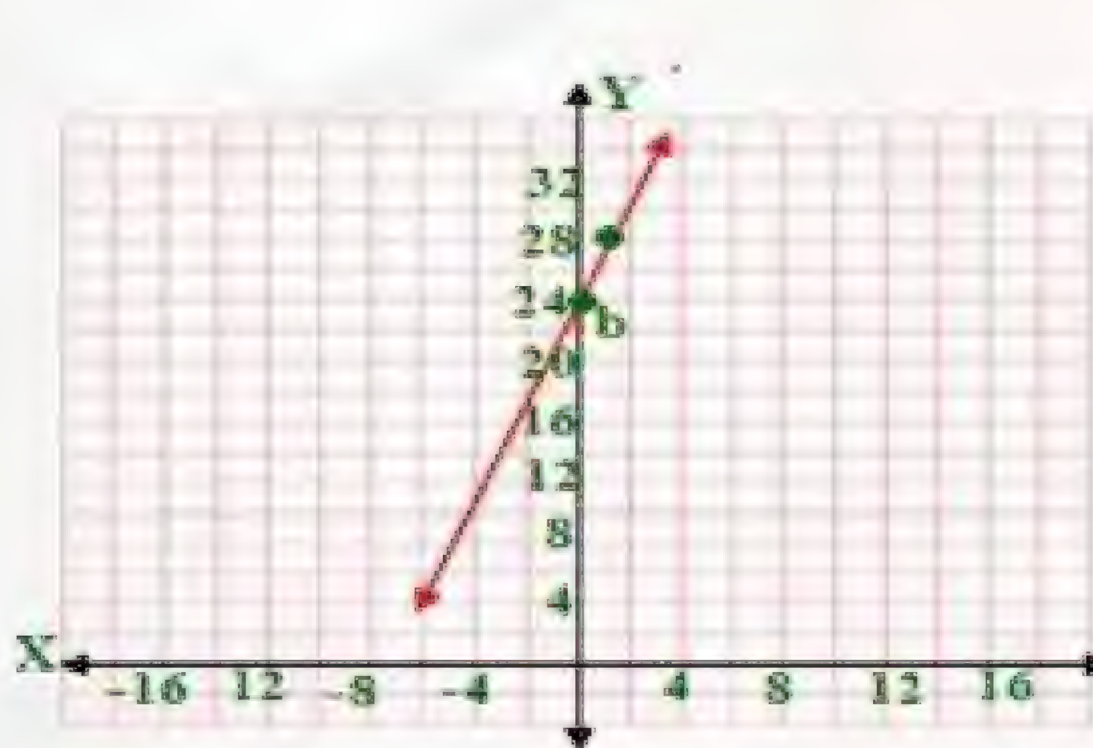
$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 11 = 2(x - 3)$

$y - 11 = 2x - 6$

$y = 2x - 6 + 11$

معادلة المستقيم

$y = 2x + 5$



$m = 4, (-4, 8)$ (20

$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 8 = 4(x - (-4))$

$y - 8 = 4x + 16$

معادلة المستقيم

$y = 4x + 24$



$m = -7, (1, 9)$ (21

$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 9 = -7(x - 1)$

$y - 9 = -7x + 7$

$y = -7x + 7 + 9$

معادلة المستقيم

$y = -7x + 16$

$m = \frac{5}{7}, (-2, -5)$ (22

$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-5) = \frac{5}{7}(x - (-2))$

$y + 5 = \frac{5}{7}(x + 2)$

$y = \frac{5}{7}(x + 2) - 5$

$y = \frac{5}{7}x + \frac{10}{7} - 5$

معادلة المستقيم

$y = \frac{5}{7}x - 3.75$

$m = -\frac{4}{5}, (-3, -6)$ (23

$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-6) = \frac{-4}{5}(x - (-3))$

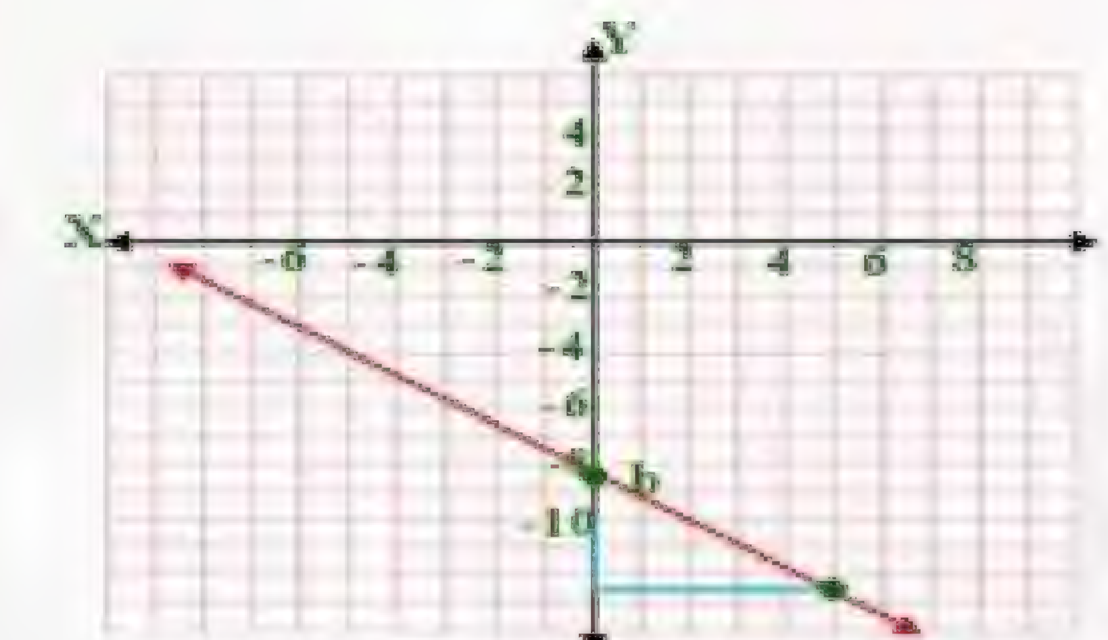
$y + 6 = \frac{-4}{5}(x + 3)$

$y = \frac{-4}{5}(x + 3) - 6$

$y = \frac{-4}{5}x - \frac{12}{5} - 6$







معادلة المستقيم

$$y = \frac{-4}{5}x - 8.4$$

(24 $m = -2.4, (14, -12)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-12) = -2.4(x - 14)$$

$$y + 12 = -2.4(x - 14)$$

$$y = -2.4(x - 14) - 12$$

$$y = -2.4x + 33.6 - 6$$



معادلة المستقيم

$$y = -2.4x + 27.6$$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي أعطيت نقطتان يمر بهما في كلٍّ مما يأتي:

(25 $(-1, -4), (3, -4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - (-4)}{3 - (-1)} = \frac{0}{4} = 0$$

$$y = mx + b \rightarrow y = 0 \times x - 4 \rightarrow y = -4$$

(26 $(2, -1), (2, 6)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - (-1)}{2 - 2} = \frac{7}{0}$$

$x = 2$ = غير معرف



$(-3, -2) , (-3, 4)$ **(27**

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-2)}{-3 - (-3)} = \frac{6}{0}$$

غير معرف = x = -3

$(0, 5) , (3, 3)$ **(28**

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 5}{3 - 0} = \frac{-2}{3}$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{-2}{3} \times x + 5$$

$(-12, -6) , (8, 9)$ **(29**

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - (-6)}{8 - (-12)} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{3}{4}x - 6$$

$(2, 4) , (-4, -11)$ **(30**

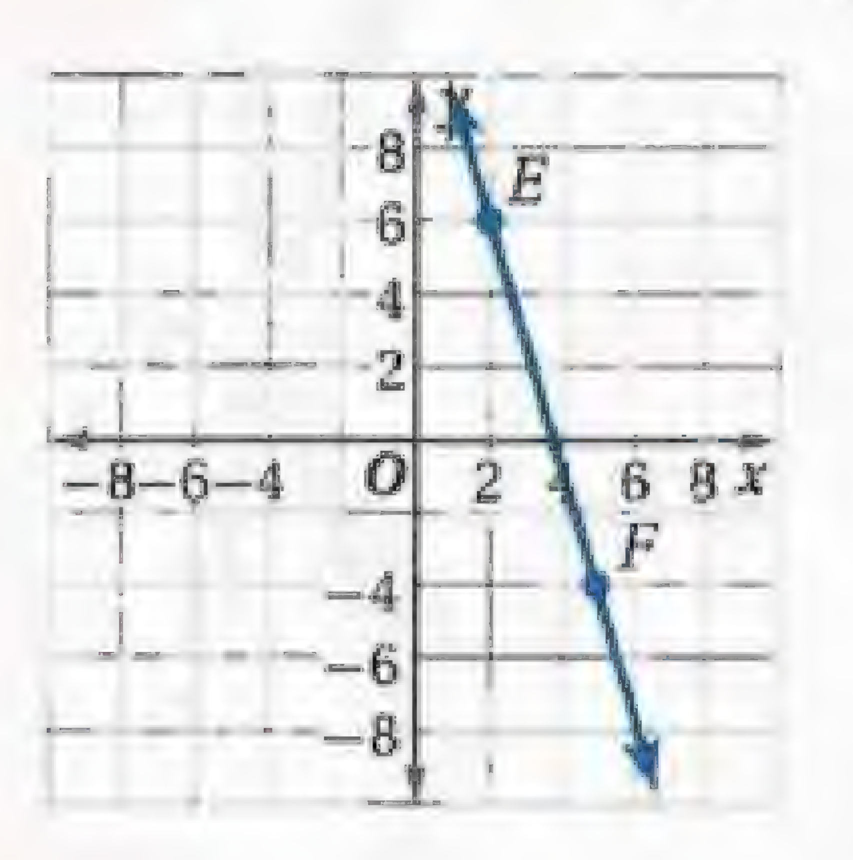
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-11 - 4}{-4 - 2} = \frac{-15}{-6} = \frac{5}{2}$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{5}{2}x + 4$$



اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل بيانيًا، أو المعطى وصفه في كلٍّ مما يأتي:

31) $\overleftrightarrow{EF}$



$(2,6),\ (5,-4)$

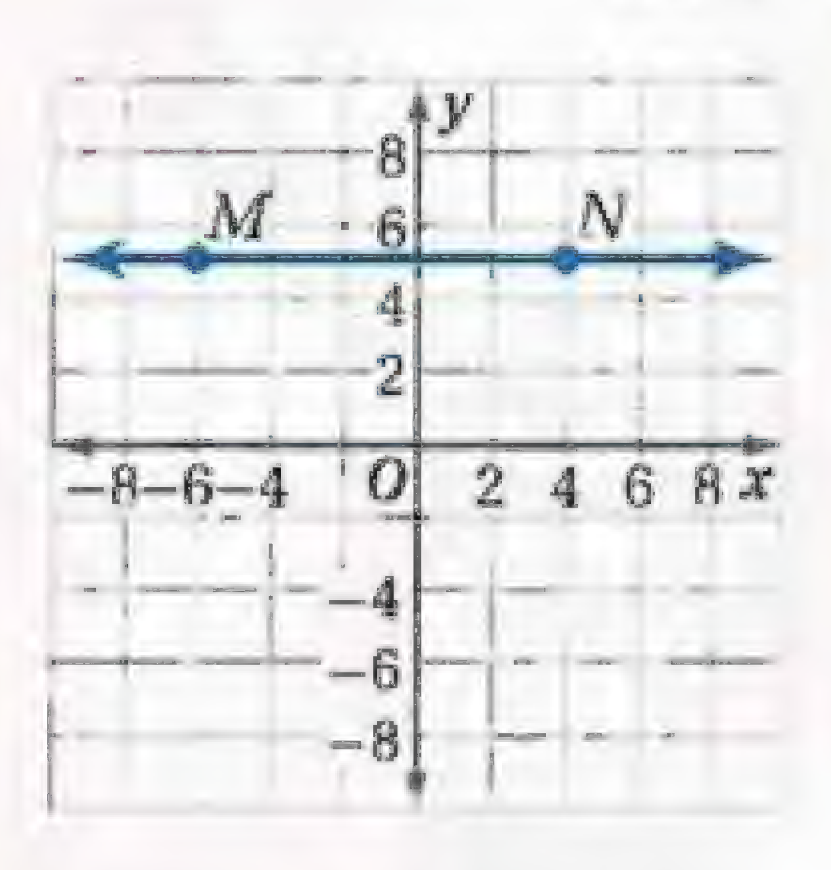
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-6}{5-2} = \frac{-10}{3}$$

$$y = mx + b \rightarrow 6 = \frac{-10}{3} \times 2 + b$$

$$b = 6 + \frac{20}{3} = \frac{38}{3}$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{-10}{3}x + \frac{38}{3}$$

32) $\overleftrightarrow{MN}$



$(4,5),(-6,5)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-5}{-6-4} = \frac{0}{-10} = 0$$

$$y = mx + b \rightarrow 5 = 0 \times 4 + b$$

$$b = 5$$

$$y = mx + b \rightarrow y = 0x + 5 \rightarrow y = 5$$



33) يحوي النقطتين $(3, 4), (-1, -2)$

33)

$(-1, -2), (3, 4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-2)}{3 - (-1)} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$y = mx + b \rightarrow -2 = \frac{3}{2} \times -1 + b$$

$$b = -2 + \frac{3}{2} = \frac{-1}{2}$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$$

34) يحوي النقطتين $(-8, -13), (-4, -5)$

34)

$(-4, -5), (-8, -13)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-13 - (-5)}{-8 - (-4)} = \frac{-8}{-4} = 2$$

$$y = mx + b \rightarrow -5 = 2 \times -4 + b$$

$$b = -5 + 8 = 3$$

$$y = mx + b \rightarrow y = 2x + 3$$

35) مقطع المحور x يساوي 3، ومقطع المحور y يساوي -2

$(3, 0), (0, -2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 0}{0 - 3} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{2}{3}x - 2$$

36) مقطع المحور x يساوي $-\frac{1}{2}$، ومقطع المحور y يساوي 4



36)

$\left(-\frac{1}{2}, 0\right), \ (0, 4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-4}{-\frac{1}{2} - 0} = \frac{-4}{-\frac{1}{2}} = 8$$

$y = mx + b \rightarrow y = 8x + 4$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يحقق المعطيات في كلٍّ مما يأتي :

37) يمر بالنقطة $(-7, -4)$، ويعامد المستقيم $y = \frac{1}{2}x + 9$.

الميل = 2-لأنه يعامد المستقيم

النقطة (4 ,- 7-) ،

$y = \frac{1}{2}x + 9$

$y = mx + b \rightarrow -4 = -2x + b$

$b = -4 + 2 \times -7$

$b = -4 - 14 = -18$

$y = mx + b \rightarrow y = -2x - 18$

38) يمر بالنقطة $(-1, -10)$، ويوازي المستقيم $y = 7$.

الميل = 0 لأنه يعامد المستقيم y = 7

النقطة (10 ,- 1-) ،

$y = mx + b \rightarrow -10 = 0x + b$

$-10 = b$

$y = mx + b \rightarrow y = -10$



Oحاول

39) يمر بالنقطة $(6, 2)$، ويوازي المستقيم $y = -\frac{2}{3}x + 1$.

الميل = $\frac{-2}{3}$ لأنه يعامد المستقيم

، النقطة $(6 ,- 2)$

$$y = \frac{-2}{3}x + 1$$

$$y = mx + b \rightarrow 2 = \frac{-2}{3}x + b$$

$$2 = \frac{-2}{3} \times 6 + b$$

$$2 = \frac{-12}{3} + b$$

$$b = 2 + 4 = 6$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{-2}{3}x + 6$$

40) يمر بالنقطة $(-2, 2)$، ويعامد المستقيم $y = -5x - 8$.

الميل = $\frac{1}{5}$ لأنه يعامد المستقيم

، النقطة $(-2 , 2)$

$$y = -5x - 8$$

$$y = mx + b \rightarrow 2 = \frac{1}{5} \times -2 + b$$

$$2 = \frac{-2}{5} + b$$

$$2 + \frac{2}{5} = b$$

$$b = 2.4$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{1}{5}x + 2.4$$



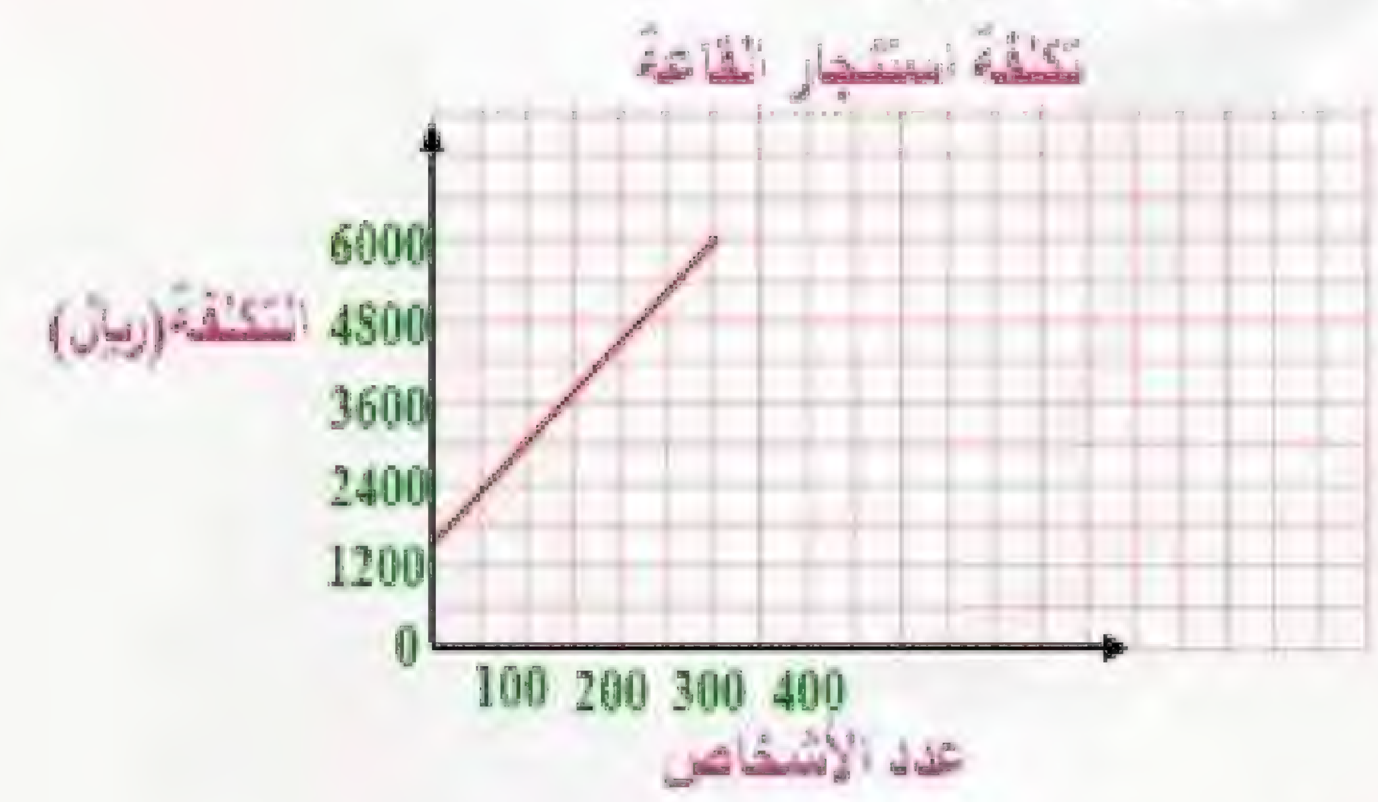
41) **جمعية خيرية:** نظَّمت جمعية خيرية حفلًا لتكريم مجموعة من حفظة القرآن الكريم، فاستأجرت قاعة لتقيم فيها الحفل. إذا كانت أجرة القاعة 1500 ريال بالإضافة إلى 15.5 ريالًا عن كل شخص يحضر الحفل.

a) اكتب معادلة تمثل تكلفة استئجار القاعة y إذا حضر x شخصًا.

$$Y=15.5x+1500$$

b) مثّل المعادلة بيانيًّا

c) إذا حضر الحفل 285 شخصًا، فكم تكون تكلفة استئجار القاعة؟



$$y = 15.5 \times 285 + 1500$$
$$y = 15.5x + 1500$$
$$y = 5917.5$$

d) إذا رصدت الجمعية 6000 ريال لاستئجار القاعة، فما عدد الأشخاص الذين يمكن أن يحضروا الحفل؟ **290**

$$y = 15.5x + 1500$$
$$6000 = 15.5 \times x + 1500$$
$$15.5x = 6000 - 1500$$
$$15.5x = 4500$$
$$x = 290$$



42) **توفير:** يوفر عبد الله نقودًا ليشتري مذياعًا مرتبطًا بالأقمار الاصطناعية، ويدفع رسوم الاشتراك السنوي بخدمة الأقمار الاصطناعية . فبدأ بتوفير 200 ريال أُهديت إليه في عيد الأضحى ، وبعد ذلك كان يضيف 40 ريالًا كل أسبوع .

a) اكتب معادلة تمثل ما وفّره عبد الله y بعد x أسبوعًا. **Y=40x+200**

b) مثّل المعادلة بيانيًا.

c) متى يوفر 500 ريال؟

توفير عبد الله

التوفير بالريال

1000, 900, 800, 700, 600, 500, 400, 300, 200, 100

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18

الأسابيع

$$y = 40x + 200$$
$$500 = 40x + 200$$
$$40x = 500 - 200$$
$$40x = 300$$
$$x = 7.5 \approx 8$$

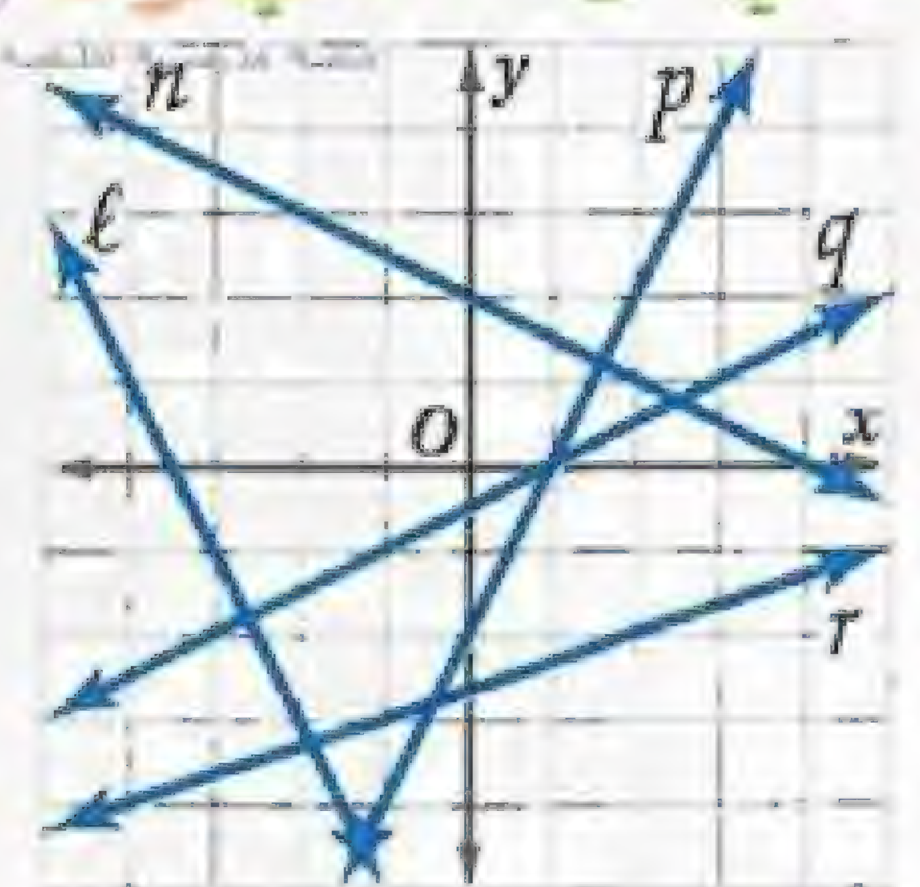
بعد ٨ أسابيع يستطيع أن يوفر ٥٠٠ ريال

d) إذا بدأ التوفير منذ أسبوعين، وكان ثمن المذياع 700 ريال ، ورسم الاشتراك السنوي بخدمة الأقمار الاصطناعية 420 ريالًا ، فمتى يوفر مبلغًا يكفي لذلك ؟ فسر إجابتك.

21أسبوع ؛ إذا بدأ عبد الله التوفير قبل أسبوعين، فسيكون لديه 200 ريال + 40 ريال + 40 ريال أو 280 ريالاً. وبما أنه يحتاج إلى توفير 420 + 700 أو 1120 ريالاً، فهو ما زال في حاجة إلى 280 – 1120 أو 840 ريالاً. وبقسمة 840 ريالاً على 40 ريالاً، سيحتاج سلطان إلى 21 أسبوعاً زيادة حتى يوفر نقوداً كافية.

الرجوع

استعمل الشكل المجاور لتسمي أي مستقيم يحقق الوصف في كلٍّ مما يأتي:



43) يوازي المستقيم $y = 2x - 3$. **p**

44) يعامد المستقيم $y = \frac{1}{2}x + 7$. **L**

45) يتقاطع مع المستقيم $y = \frac{1}{2}x - 5$، ولكنه لا يعامده. **nأوpأوr**

حدّد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أو متعامدين، أو غير ذلك في كلٍّ ممّا يأتي:

46) $y = 2x + 4, y = 2x - 10$

متوازيان لأن ميل كل منهما متساوي ويساوي 2

47) $y = -\frac{1}{2}x - 12, y = 2x + 7$

متعامدان لأن حاصل ضرب ميل كل منهما يساوي1-

48) $y - 4 = 3(x + 5), y + 3 = -\frac{1}{3}(x + 1)$

متعامدان لأن حاصل ضرب ميل كل منهما يساوي1-

49) $y - 3 = 6(x + 2), y + 3 = -\frac{1}{3}(x - 4)$

غير ذلك لأن ميل كل منهما غير متساوي وليس حاصل ضربهما = 1-



50) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(4, 2)$ ويوازي المستقيم $y - 2 = 3(x + 7)$.

ميل المستقيم = ٣ لأنه يوازي المستقيم $y - 2 = 3(x + 7)$
التعويض بالنقطة $(4, 2)$

$$y = mx + b \rightarrow 2 = 3 \times 4 + b$$
$$b = 2 - 12 = -10$$
$$y = mx + b \rightarrow y = 3x - 10$$

51) اكتب معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(-8, 12)$ ويعامد المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(-7, 2)$, $(3, 2)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 2}{-7 - 3} = \frac{0}{-10} = 0$$

النقطتين لهما نفس الإحداثي الصادي ٢ لذا فالميل = صفر وهذا يعني ان المستقيم افقي يوازي محور السينات والمستقيم المتعامد علية الذي يمر بالنقطة يكون رأسي إن معادلته هي X=-8

52) **صناعة الفخار:** نظَّمت جمعية حِرَف يدوية دورة في صناعة الفخار، وكان رسم الاشتراك 150 ريالًا، بحيث يغطي اللوازم والمواد وكيسًا واحدًا من طين الصلصال. وكل كيس إضافي يكلف 40 ريالًا. اكتب معادلة تمثل تكلفة الاشتراك وعدد x من الأكياس المستعملة.

C=40(X-1)+150 أو C=4X+110



53) تمثيلات متعددة: طلب مدير قصر أفراح من بسام أن ينظِّم وقوف السيارات في أثناء حفل. وقدم له عرضين للأجر؛ أحدهما أن يدفع له 4 ريالاتٍ عن كل سيارة، والآخر أن يعطيه أجرًا مقداره 150 ريالًا بالإضافة إلى ريالين عن كل سيارة.

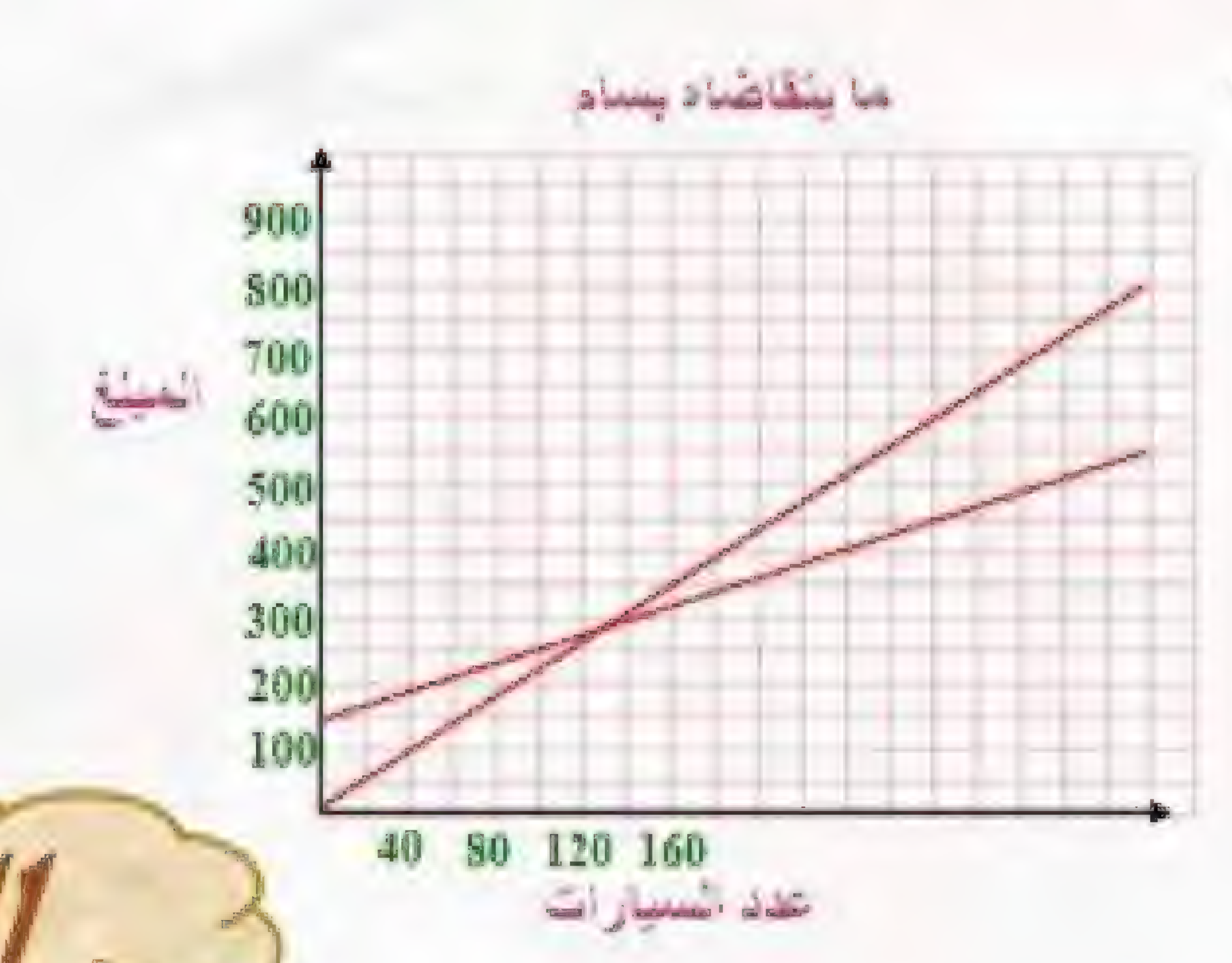
a) **جدوليًّا:** أنشئ جدولًا يبيِّن ما يتقاضاه بسام عن 20، 50، 100 سيارة في كلا العرضين.

العرض 1	
عدد السيارات	المبلغ
20	80
50	200
100	400

العرض 2	
عدد السيارات	المبلغ
20	190
50	250
100	350

b) **عدديًّا:** اكتب معادلة تمثِّل ما يكسبه بسام من كل عرض. $Y=4X, Y=2X+150$

c) **بيانيًّا:** مثل بيانيًّا كلًّا من معادلتَي العرضين.



الرجوع

d) **تحليليًا:** أيُّ العرضين أكثر كسبًا لبسام، إذا كان عدد السيارات 35 سيارةً؟ وأيُّهما أكثر كسبًا لبسام، إذا كان عدد السيارات 80 سيارةً؟ وضح إجابتك.

إذا كان عدد السيارات 35، فإنه يكسب 140 ريالاً من العرض الأول و150 + (35)2 أو 220 ريالاً من العرض الثاني، إذن فالعرض الثاني أفضل.
إذا كان عدد السيارات ٨٠ سيارة، فإنه يكسب 320 ريالاً مع العرض الأول، ويكسب 310 ريالات من العرض الثاني، إذن العرض الأول هو الأفضل.

e) **لفظيًا:** اكتب عبارة تصف العرض الأكثر كسبًا لبسام تبعًا لعدد السيارات.

إذا كان عدد السيارات أقل من 75 سيارة فإذن العرض الثاني اكثر كسباً، وإذا كان عدد السيارات أكثر من 75 سيارة فإن العرض الأول أكثر كسباً.

f) **منطقيًا:** إذا كان عدد السيارات 75 سيارةً، فأي العرضين أكثر كسبًا لبسام؟ وضّح تبريرك.

إذا كان عدد السيارات ٧٥ سيارة:
150 + 2(75) = 150 + 150 = 300العرض الأول
4(75) =٣٠٠ العرض الثاني
العرض الأول والثاني متساويان.



54) **تحدٍّ:** أوجد قيمة n، بحيث يمر المستقيم العمودي على المستقيم $-2y + 4 = 6x + 8$ بالنقطتين $(n, -4), (2, -8)$.

$$-2y = 6x + 8 - 4$$
$$-2y = 6x + 4$$
$$\frac{-2}{-2}y = \frac{6}{-2}x + \frac{4}{-2}$$
$$y = -3x - 2$$
$$m = -3$$

ميل المستقيم $-2y + 4 = 6x + 8 \rightarrow -3$

ميل المستقيم المار بالنقطتين $(n, -4), (2, -8) = \frac{1}{3}$ لأنه عمودي على المستقيم $-2y + 4 = 6x + 8$

$$\frac{1}{3} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-8 + 4}{2 - n}$$
$$3(-8 + 4) = 2 - n$$
$$-24 + 12 = 2 - n$$
$$-12 = 2 - n$$
$$n = 14$$

55) **تبرير:** حدّد ما إذا كانت النقاط $(6, 8)$, $(2, 5)$, $(-2, 2)$ تقع على استقامة واحدة. برّر إجابتك.

نعم على استقامة واحدة؛ ميل المستقيم المار بالنقطتين (2 ,-2) و (2, 5) يساوي

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 5}{-2 - 2} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$





وميل المستقيم المار بالنقطتين (5 ,2) و (8 ,6) يساوي

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-8}{2-6} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

وبما أن للمستقيمين الميل نفسه، ولهما نقطة مشتركة، فإن لهما المعادلة نفسها. لذلك فإن جميع النقاط تقع على استقامة واحدة.

56) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلات زوجين مختلفين من المستقيمات المتعامدة التي تتقاطع في النقطة $(-3, -7)$.

$-3 = X$

$-7 = Y$

57) **اكتشف الخطأ:** كتب كلٌّ من راكان وفيصل معادلة مستقيم ميله -5، ويمر بالنقطة $(-2, 4)$، أيُّهما إجابته صحيحة؟ وضّح تبريرك.

راكان

$y - 4 = -5(x - (-2))$

$y - 4 = -5(x + 2)$

فيصل

$y - 4 = -5(x - (-2))$

$y - 4 = -5(x + 2)$

$y - 4 = -5x - 10$

$y = -5x - 6$

الحلان صحيحان، كتب فيصل المعادلة بصيغة الميل المقطع، على حين كتبها راكان بصيغة الميل ونقطة.

58) **اكتب:** أيهما أسهل كتابة: معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة، أم بصيغة الميل والمقطع؟

إذا أعطيت الميل ومقطع المحور y يكون استعمال صيغة الميل والمقطع أسهل، وعندما تُعطى نقطتين أو الميل ونقطة يكون استعمال صيغة الميل ونقطة أسهل.

الرجوع



٢-٦ الأعمدة والمسافة
Perpendiculars and distance

فيما سبق:
درستُ كتابة معادلة مستقيم عُرفت معلومات حول تمثيله البياني.
(الدرس 2-5)

والآن:
- أجد البعد بين نقطة ومستقيم.
- أجد البعد بين مستقيمين متوازيين.

المفردات:
- المسافة العمودية perpendicular distance
- البعد بين نقطة ومستقيم distance from a point to a line
- المحل الهندسي locus
- متساوي البعد equidistant

www.obeikaneducation.com

لماذا؟

الخيط الشاقولي عبارة عن خيط مربوط في أحد طرفيه ثقل معدني يسمى الشاقول، وعندما يُعلق الخيط من طرفه الآخر يتأرجح الشاقول تأرجحًا حرًّا، ثم يسكن بحيث يكون تحت نقطة التعليق مباشرة.

يُستعمل الخيط الشاقولي؛ لإنشاء خط رأسي عند البناء أو عند لصق ورق الجدران.



البعد بين نقطة ومستقيم: يمثل طول الخيط الشاقولي أقصر مسافة بين نقطة التعليق ومستوى الأرض أسفله. **فالمسافة العمودية** بين نقطة ومستقيم هي أقصر مسافة في جميع الحالات، وهي تمثل **البعد بين النقطة والمستقيم**.

مفهوم أساسي — البُعد بين نقطة ومستقيم

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: البعد بين مستقيم ونقطة لا تقع عليه هو طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من تلك النقطة.

النموذج:

إن إنشاء مستقيم عمودي على مستقيم معلوم من نقطة لا تقع عليه، يبين أنه يوجد مستقيم واحد على الأقل يمر بتلك النقطة ويكون عموديًّا على المستقيم.

الرجوع



٢-٦ الأعمدة والمسافة
Perpendiculars and distance

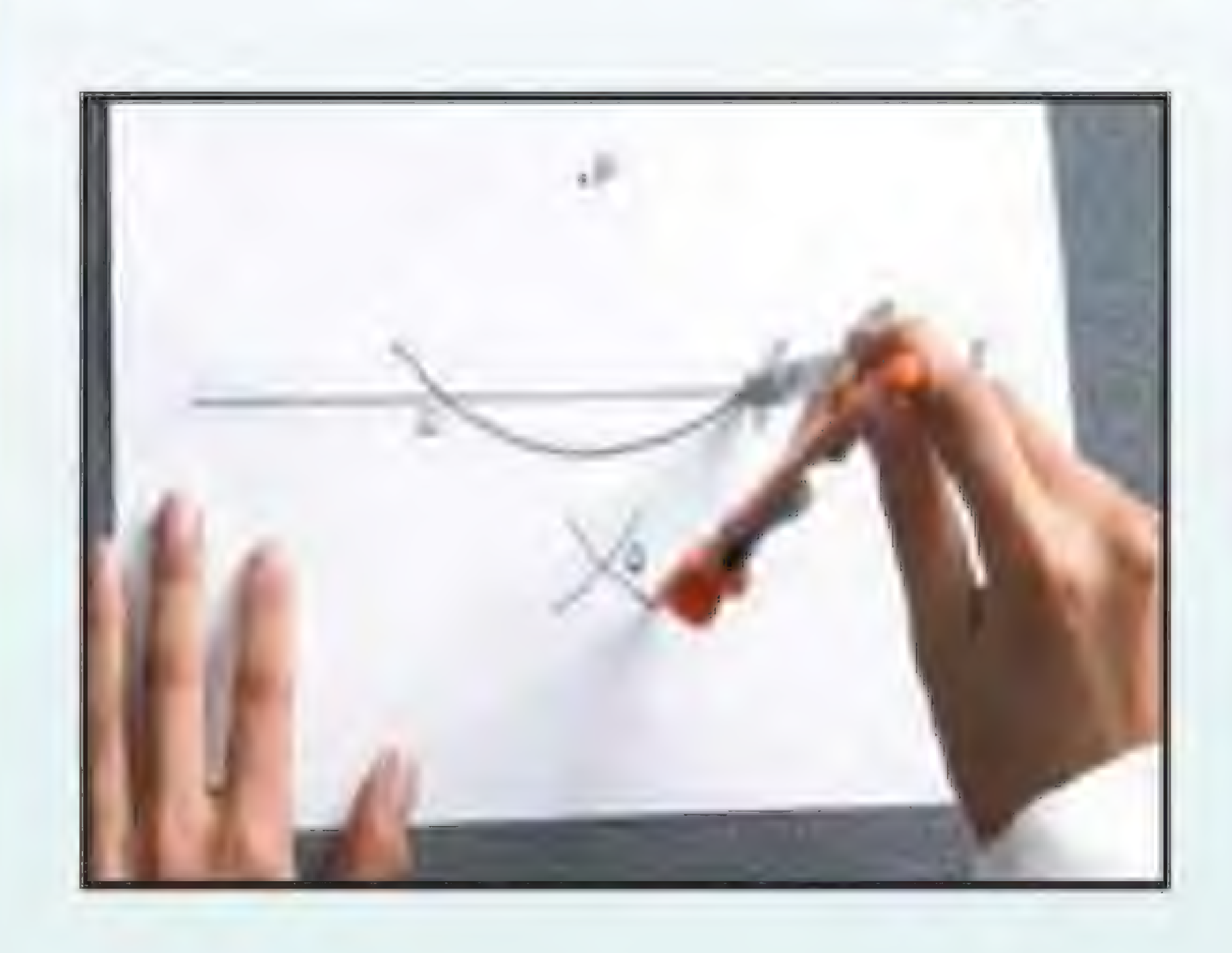
إنشاءات هندسية

إنشاء عمودي على مستقيم من نقطة لا تقع عليه

الخطوة 1: ضع الفرجار عند النقطة P، وارسم قوسًا يقطع k في موقعين مختلفين. سم نقطتي التقاطع C, D.

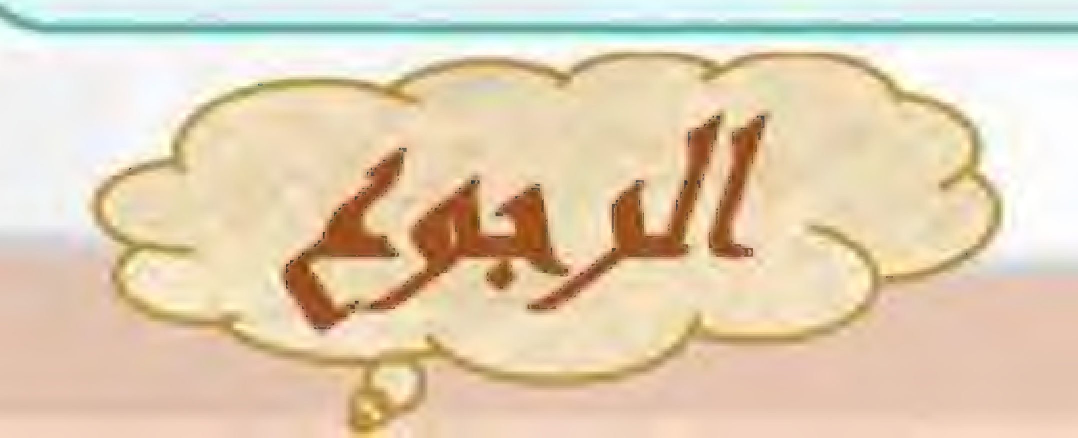


الخطوة 2: ضع الفرجار عند النقطة C، وارسم قوسًا تحت المستقيم k باستعمال فتحة فرجار أكبر من $\frac{1}{2}CD$. وباستعمال فتحة الفرجار نفسها ارسم من D قوسًا آخر يقطع القوس السابق. وسم نقطة التقاطع Q.



الخطوة 3: استعمل مسطرة غير مدرجة لرسم $\overleftrightarrow{PQ}$.







تنص المسلمة الآتية على أن المستقيم العمودي على مستقيم معلوم من نقطة لا تقع عليه هو مستقيم وحيد.

مسلّمة 2.6 مسلمة التعامد

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لأي مستقيم ونقطة لا تقع عليه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بالنقطة، ويكون عمودياً على المستقيم المعلوم.

النموذج:

P، m



الربط مع الحياة

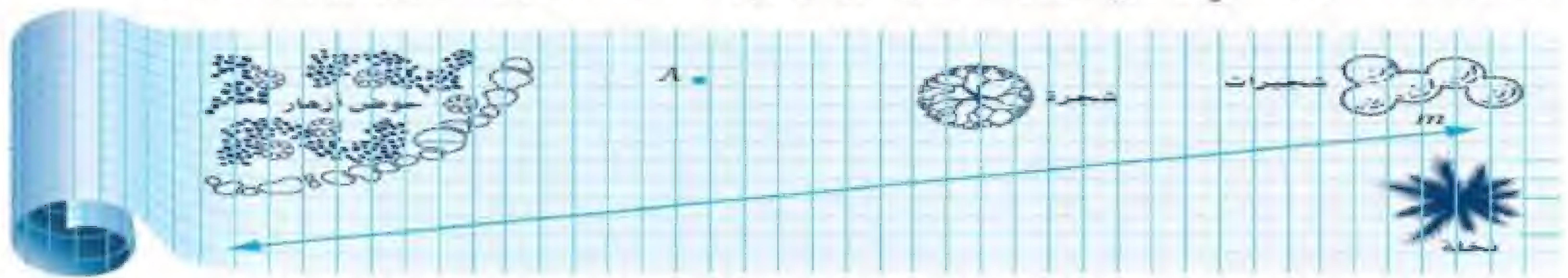
تقسم الهندسة المدنية إلى تخصصات منها: هندسة الإنشاءات، وهندسة الطرق، وهندسة الخرسانة، وهندسة المساحة، وهندسة التربة، وهندسة المياه.



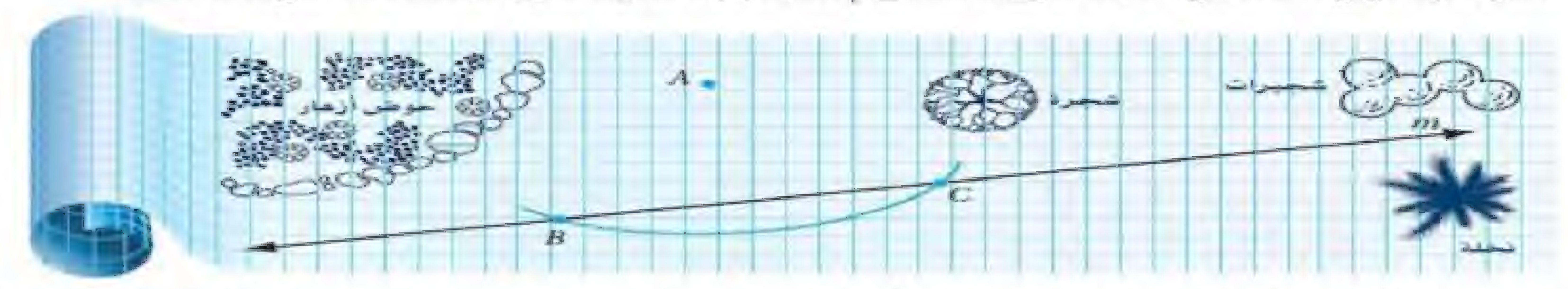


مثال 1 من واقع الحياة — **إنشاء أقصر قطعة مستقيمة بين نقطة ومستقيم**

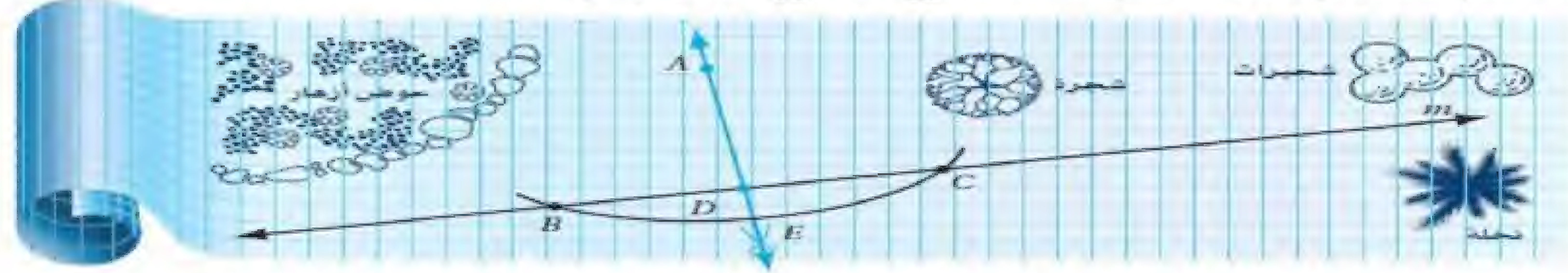
هندسة مدنية: لاحظ مهندس مدني أن جزءًا من ساحة حديقة عامة تتجمع عنده المياه. ويريد أن يضع أنبوب تصريف أرضي من النقطة A وسط هذه المنطقة إلى خط التصريف الرئيس الممثل بالمستقيم m. أنشئ القطعة المستقيمة التي يُمثّل طولها أقصر أنبوب يربط خط التصريف الرئيس بالنقطة A.



البعد بين مستقيم ونقطة لا تقع عليه هو طول القطعة المستقيمة العمودية من النقطة إلى المستقيم. استعمل الفرجار لتعيّن النقطتين B, C على المستقيم m بحيث تكونا على البعد نفسه من النقطة A.



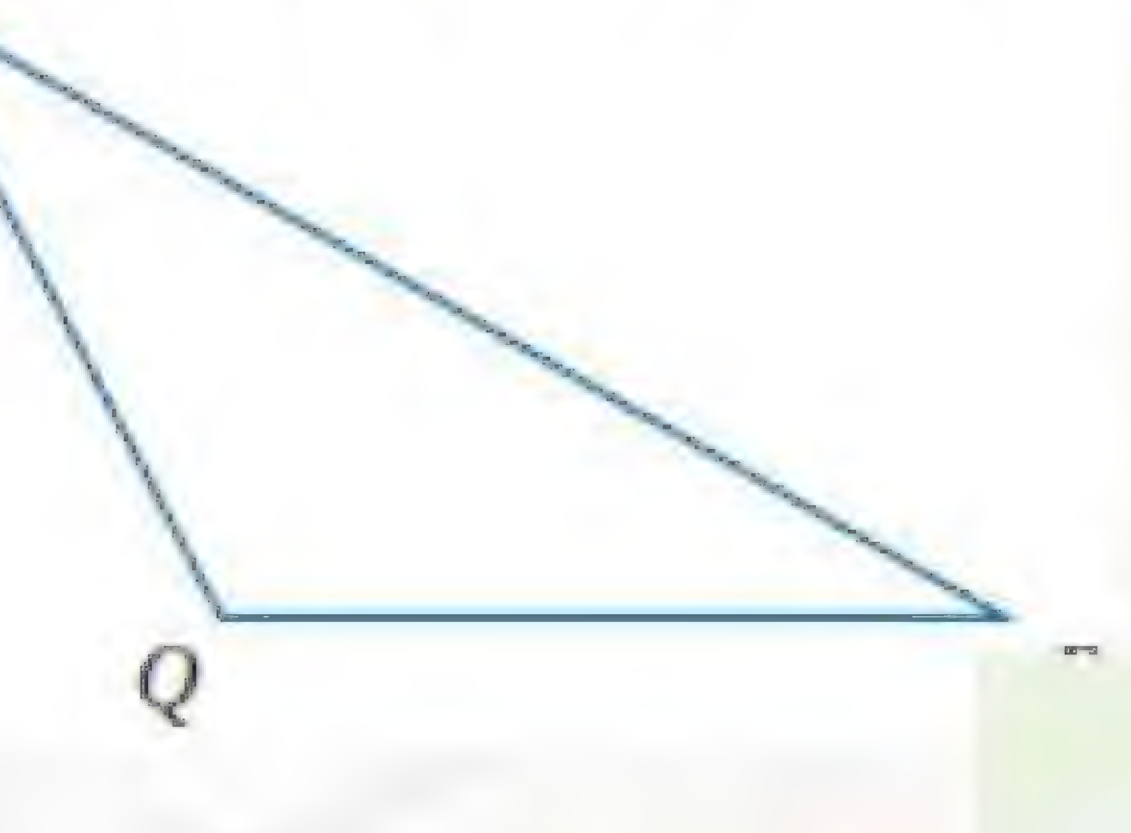
استعمل الفرجار لتعيّن نقطة أخرى مثل E لا تقع على المستقيم m، وتكون على البعد نفسه من B, C. وارسم العمودي $\overleftrightarrow{AE}$. ارمز لنقطة تقاطع $\overleftrightarrow{AE}$ مع $\overleftrightarrow{BC}$ بالرمز D.

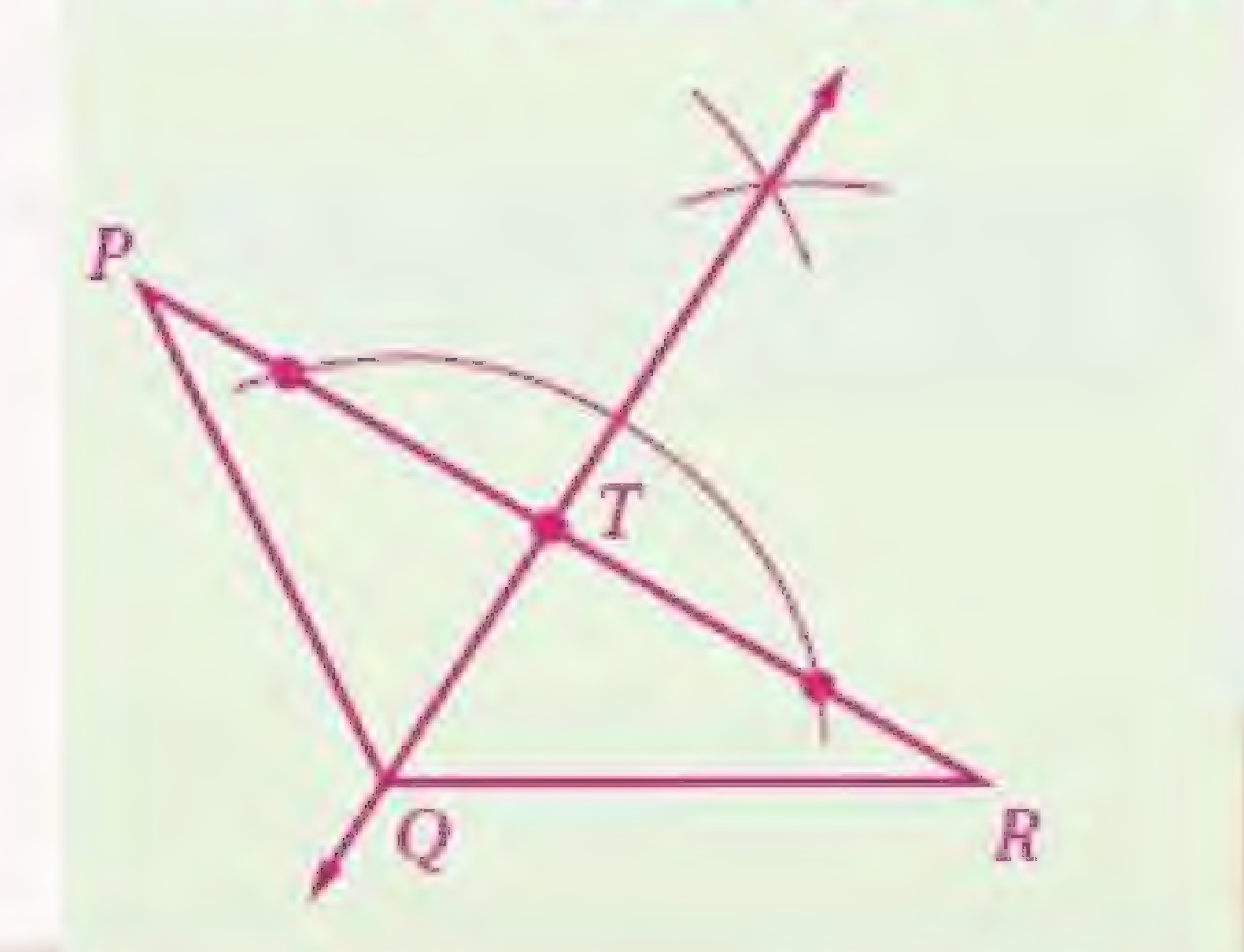


يمثّل AD طول أقصر أنبوب يحتاج إليه المهندس لربط النقطة A بخط التصريف الرئيس.

تحقق من فهمك

1) أنشئ القطعة المستقيمة التي يمثل طولها المسافة بـ Q ، $\overleftrightarrow{PR}$ ، سمّها.



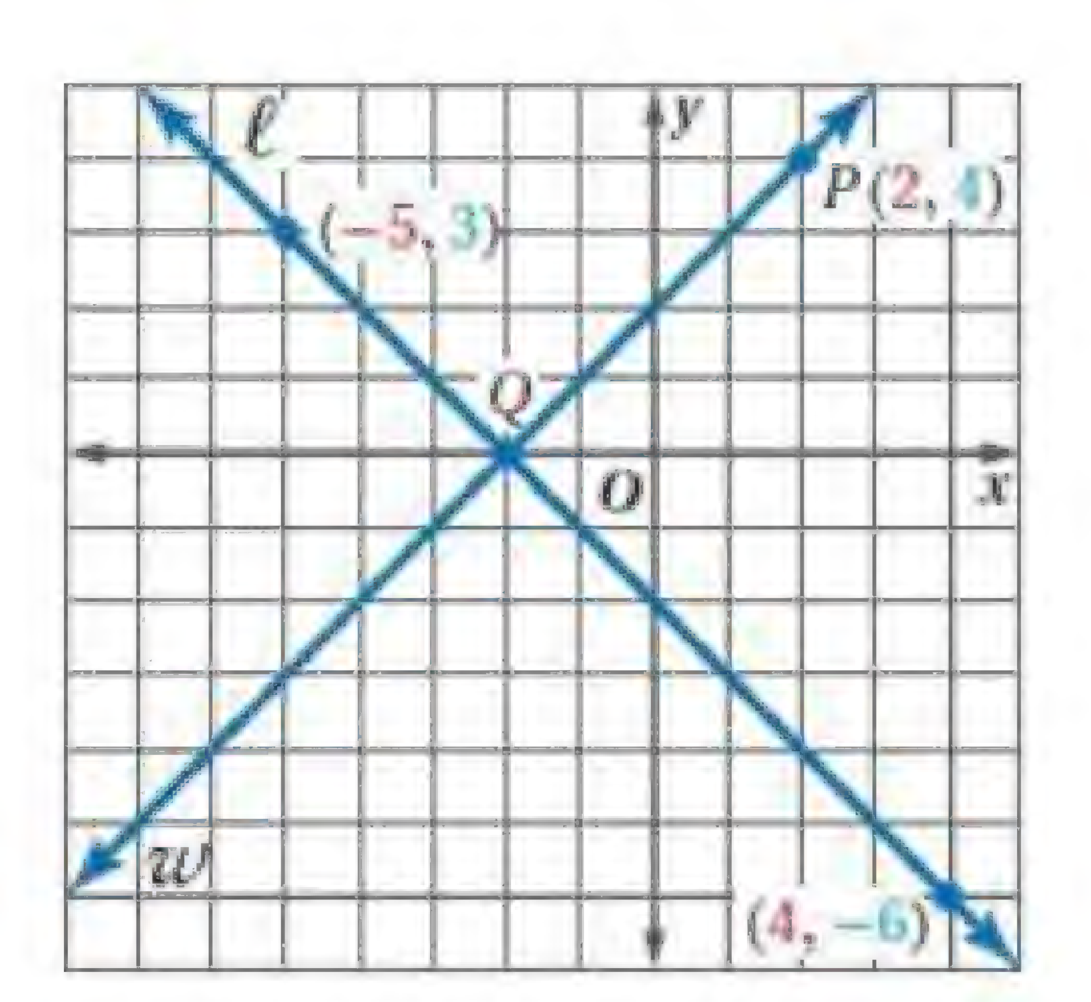






مثال 2 البعد بين نقطة ومستقيم في المستوى الاحداثي

الهندسة الإحداثية: يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(-5, 3), (4, -6)$. أوجد البعد بين المستقيم ℓ والنقطة $P(2, 4)$.



الخطوة 1: أوجد معادلة المستقيم ℓ. ابدأ بإيجاد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(-5, 3), (4, -6)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - 3}{4 - (-5)} = \frac{-9}{9} = -1$$

استعمل ميل المستقيم ℓ، والنقطة $(4, -6)$ الواقعة عليه لتجد مقطع المحور y له.

$y = mx + b$	صيغة الميل والمقطع
$-6 = -1(4) + b$	$m = -1, (x, y) = (4, -6)$
$-6 = -4 + b$	بالتبسيط
$-2 = b$	بجمع 4 لكلا الطرفين

معادلة المستقيم ℓ هي $y = -x + (-2)$، أو $y = -x - 2$.

إرشادات للدراسة

المسافة بين نقطة والمحورين x, y

لاحظ أن المسافة بين نقطة والمحور x يمكن إيجادها بتحديد الإحداثي الصادي للنقطة. أما المسافة بينها وبين المحور y فيمكن إيجادها بتحديد الإحداثي السيني لها.





الخطوة 2 : اكتب معادلة المستقيم w العمودي على المستقيم ℓ والمار بالنقطة $P(2, 4)$.

بما أن ميل المستقيم ℓ يساوي -1 ، فإن ميل المستقيم w يساوي 1 .

$y = mx + b$	صيغة الميل والمقطع
$4 = 1(2) + b$	$m = 1, (x, y) = (2, 4)$
$4 = 2 + b$	بالتبسيط
$2 = b$	بطرح 2 من كلا الطرفين

معادلة المستقيم w هي $y = x + 2$.

الخطوة 3 : حل نظام المعادلات لتجد نقطة التقاطع.



المستقيم ℓ: $y = -x - 2$

المستقيم w: $(+)\ y = x + 2$

$2y = 0$	بجمع المعادلتين
$y = 0$	بقسمة كلا الطرفين على 2

أوجد قيمة x.

$0 = x + 2$	بتعويض 0 بدل y في معادلة المستقيم w
$-2 = x$	بطرح 2 من كلا الطرفين

إذن نقطة التقاطع هي $Q(-2, 0)$



تحقق من فهمك

الخطوة 4: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين لتجد المسافة بين $P(2, 4), Q(-2, 0)$.

صيغة المسافة بين نقطتين $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$x_2 = -2, x_1 = 2, y_2 = 0, y_1 = 4$ $= \sqrt{(-2 - 2)^2 + (0 - 4)^2}$

بالتبسيط $= \sqrt{32}$

البعد بين النقطة والمستقيم هو $\sqrt{32}$ أو 5.66 وحدات تقريبًا .



2) يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(5, 4)$ ، $(1, 2)$. أنشئ مستقيمًا عموديًا على ℓ من النقطة $P(1, 7)$، ثم أوجد البعد بين P و ℓ.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad m = \frac{4-2}{5-1} \qquad m = 0.5$$

$$Y-2 = 0.5(x-1) \qquad 2Y-4 = x-1 \qquad x - 2y+3=0$$

$$x - 2y+3=0$$

طول العمود الساقط

$$L = \frac{ax_1+by_1+c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$L = \frac{1*1-2*7+3}{\sqrt{1^2+2^2}} = \sqrt{20}$$

$$\approx 4.47$$

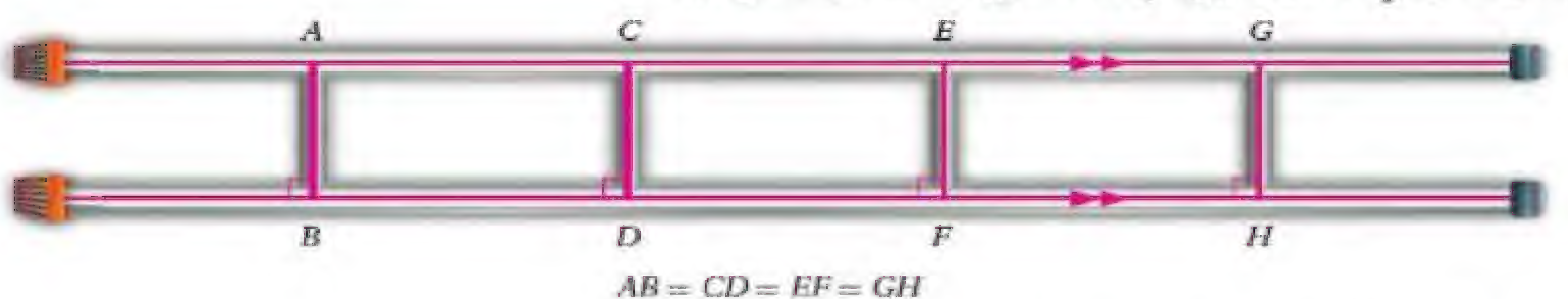


تحقق من فهمك



٢-٦ الأعمدة والمسافة
Perpendiculars and distance

البُعد بين مستقيمين متوازيين: يُعرَّف المستقيمان المتوازيان على أنهما مستقيمان يقعان في المستوى نفسه ولا يتقاطعان. وهناك تعريف آخر ينص على أنهما مستقيمان يقعان في المستوى نفسه، بحيث يكون البعد بينهما ثابتًا، وهذا يعني أن البعد بين أي نقطة على أحدهما والآخر ثابتة .



$AB = CD = EF = GH$

يقودنا ذلك إلى تعريف البعد بين مستقيمين متوازيين.

إرشادات للدراسة

متساوي البعد

سوف تستعمل مفهوم متساوي البعد لتصف نقاطًا خاصة ومستقيمات مرتبطة بأضلاع المثلث وزواياه في الدرس 1-4.

مفهوم أساسي

البعد بين مستقيمين متوازيين

أضف إلى مطويتك

البعد بين مستقيمين متوازيين، هو البعد بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الآخر.

الشكل الذي تمثله مجموعة النقاط التي تحقق شرطًا ما يسمى **محلًّا هندسيًّا** . ويمكن وصف المستقيم الموازي لمستقيم معلوم بالمحل الهندسي لجميع النقاط **المتساوية البعد** عن المستقيم في المستوى نفسه.

نظرية 2.9

المستقيمان المتساويا البعد عن مستقيم ثالث

أضف إلى مطويتك

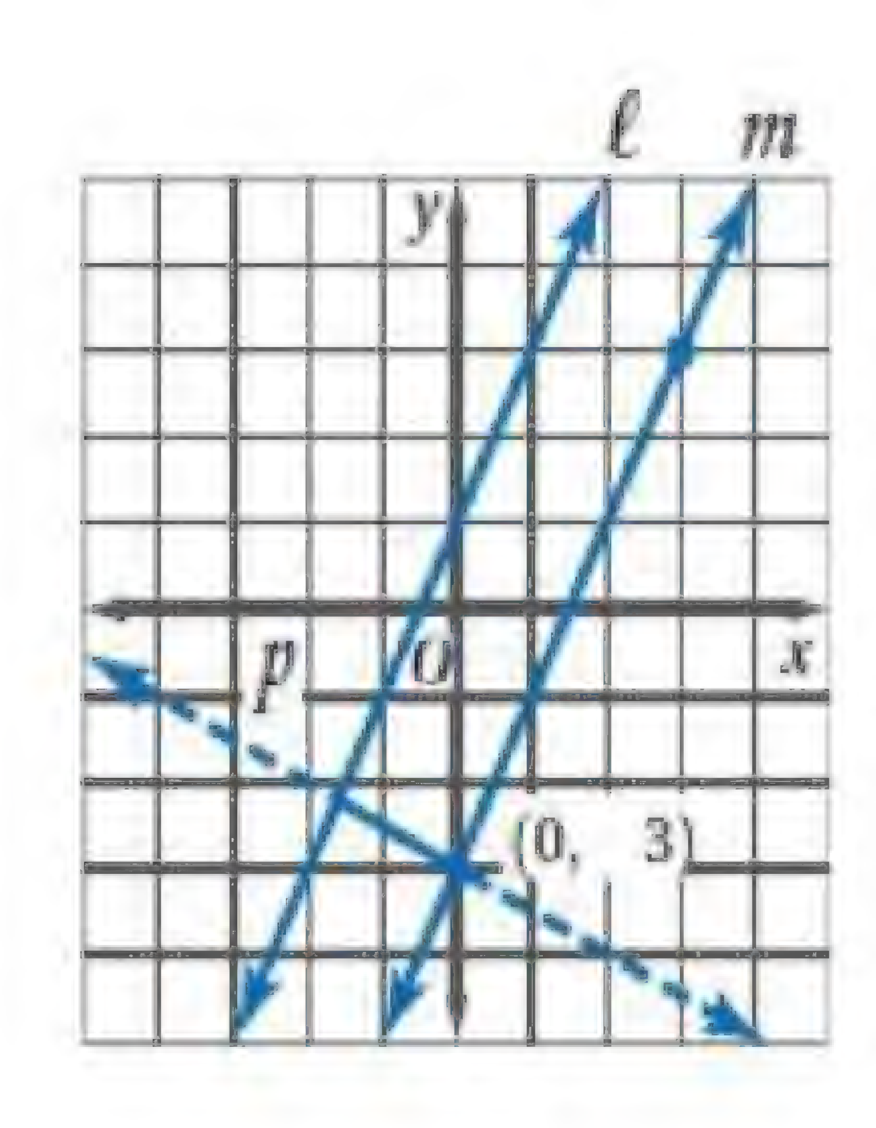
إذا كان المستقيمان في المستوى متساويي البعد عن مستقيم ثالث فإنهما متوازيان.





مثال 3 المسافة بين مستقيمين متوازيين

أوجد البعد بين المستقيمين المتوازيين ℓ, m اللذين معادلتاهما $y = 2x + 1, y = 2x - 3$ على الترتيب.



يتعين عليك حل نظام من المعادلات لإيجاد نقطتي نهايتي القطعة المستقيمة العمودية على كلٍّ من ℓ, m.

ميل المستقيم ℓ يساوي ميل المستقيم m ويساوي 2.

ارسم المستقيم p على أن يمر بنقطة مقطع المحور y للمستقيم m وهي $(0, -3)$، ويكون عمودياً على كلا المستقيمين.

الخطوة 1: لاحظ أن ميل المستقيم p هو معكوس مقلوب العدد 2، ويساوي $-\frac{1}{2}$، وأن المستقيم p يمر بالنقطة $(0, -3)$، وهي مقطع المحور y للمستقيم m. والآن: اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم p.

$y = mx + b$ صيغة الميل والمقطع

$y = -\frac{1}{2}x - 3$ $\quad m = -\frac{1}{2}, b = -3$

إرشادات للدراسة

طريقة التعويض

عند حل نظام مكون من معادلتين خطيتين باستعمال التعويض، عوّض قيمة أحد متغيرات المعادلة الأولى في المعادلة الثانية لتحصل على معادلة في متغير واحد.





الخطوة 2: حدد نقطة تقاطع المستقيمين ℓ و p بحل نظام المعادلات الآتي:

المستقيم ℓ: $y = 2x + 1$

المستقيم p: $y = -\frac{1}{2}x - 3$

$2x + 1 = -\frac{1}{2}x - 3$ عوّض $2x + 1$ بدلًا من y في معادلة المستقيم p

$2x + \frac{1}{2}x = -3 - 1$ جمّع الحدود المتشابهة في كل طرف

$\frac{5}{2}x = -4$ بسّط

$x = -\frac{8}{5}$ اضرب كلا الطرفين في $\frac{2}{5}$

$y = -\frac{1}{2}\left(-\frac{8}{5}\right) - 3$ عوّض $-\frac{8}{5}$ بدلًا من x في معادلة المستقيم p

$= -\frac{11}{5}$ بسّط

نقطة التقاطع هي $\left(-\frac{8}{5}, -\frac{11}{5}\right)$ أو $(-1.6, -2.2)$.

الخطوة 3: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين؛ لتجد المسافة بين النقطتين $(0, -3)$ و $(-1.6, -2.2)$.

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ صيغة المسافة بين نقطتين

$= \sqrt{(-1.6 - 0)^2 + [-2.2 - (-3)]^2}$ $x_2 = -1.6, x_1 = 0, y_2 = -2.2, y_1 = -3$

≈ 1.8 بسّط

البُعد بين المستقيمين 1.8 وحدة تقريبًا.

الرجوع



3A) أوجد البعد بين المستقيمين المتوازيين r, s اللذين معادلتاهما $y = -3x - 5$, $y = -3x + 6$

فكرة بسيطة : نوجد نقطة على أحد المستقيمين ثم نوجد طول العمود الساقط منها على المستقيم الآخر باستخدام القانون الأتي

$$L = \frac{ax_1+by_1+c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

الخطوة 1 : بفرض $x=2$ في المعادلة $y= -3x +6$

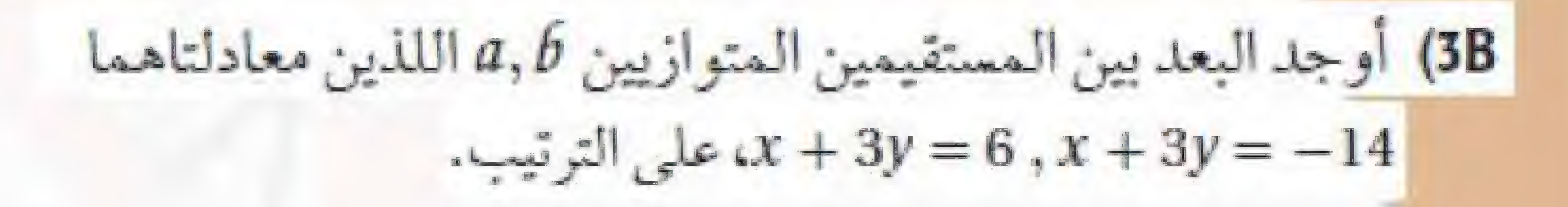
$y=-6+6$ $y= 0$

الخطوة 2 : نوجد طول العمود الساقط من (2, 0) على المستقيم $y=-3x - 5$

$$L = \frac{2*3+0+5}{\sqrt{3^2+1^2}}$$ $L = \sqrt{12.1}$ $L = 3.48$



تحقق من فهمك


3B) أوجد البعد بين المستقيمين المتوازيين a, b اللذين معادلتاهما $x + 3y = 6$, $x + 3y = -14$، على الترتيب.

فكرة بسيطة : نوجد نقطة على أحد المستقيمين ثم نوجد طول العمود الساقط منها على المستقيم الآخر باستخدام القانون الأتي

$$L = \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

الخطوة 1 : بفرض $x=1$ في المعادلة $x+3y = -14$

$3y = -14 - 1$ $\quad$ $3y = -15$ $\quad$ $y = -5$

الخطوة 2 : نوجد طول العمود الساقط من $(1 ,-5)$

على المستقيم $x+3y - 6=0$

$$L = \frac{1+3*(-5)-6}{\sqrt{1^2 + 3^2}}$$

$L = \sqrt{40}$ $\quad$ $L = 6.32$



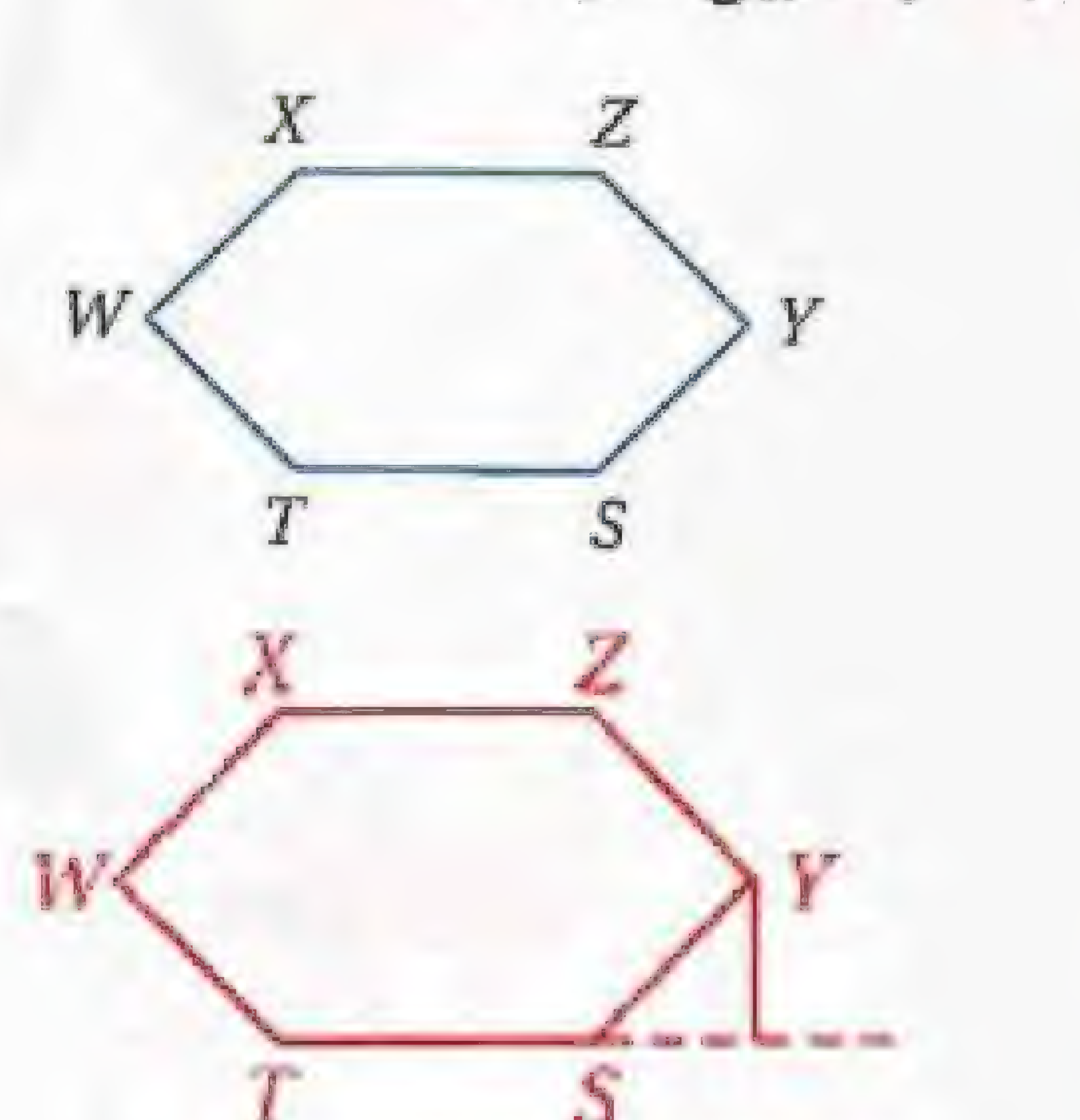




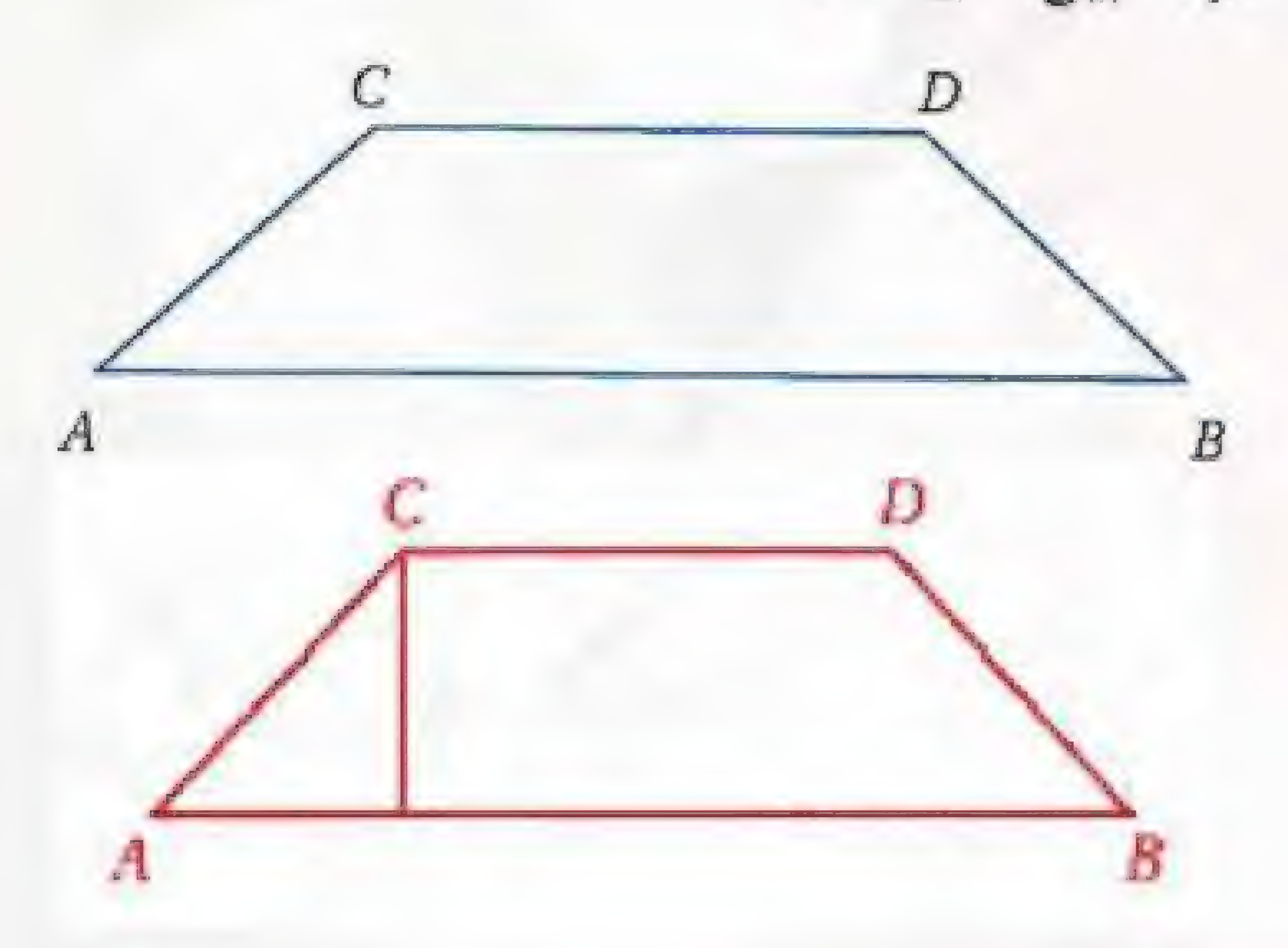
Perpendiculars and distance

أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثّل البُعد في كلٍّ مما يأتي:

1) البعد بين Y و $\overleftrightarrow{TS}$



2) البعد بين C و $\overleftrightarrow{AB}$







3) **أنابيب:** تزوِّد مؤسسة المياه المنازل بالمياه من خلال أنابيب تربطها بالأنبوب الرئيس في الشارع. في الشكل المجاور: ارسم القطعة المستقيمة التي تمثل أقصر أنبوب توصيل بين الوصلة في المنزل A والأنبوب الرئيس في الشارع.





هندسة إحداثية: أوجد البعد بين النقطة P والمستقيم ℓ في كلٍّ مما يأتي:

4) يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(-2, 0)$, $(4, 3)$، وإحداثيا النقطة P هما $(3, 10)$.

4)

$(4,3)$,$(-2,0)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-3}{-2-4} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$$

$(-2,0) \rightarrow P$

$$y = mx + b \rightarrow 0 = \frac{1}{2} \times -2 + b$$

$b = 1$



معادلة المستقيم l: $y=\frac{1}{2}x+1$

ميل المستقيم العمودي على l = -2 لأن $-2\times\frac{1}{2}=-1$ ، $P(3,10)$

$$y=mx+b \rightarrow 10=-2\times 3+b$$

$$b=10+6$$

$$b=16$$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(1,7)$ هي:

$$y=-2x+16$$

بضرب المعادلة $y=-2x+16$ في -1 ← $-y=2x-16$

$$\begin{array}{r} y=\frac{1}{2}x+1 \\ +\ (-y=2x-16) \\ \hline 0=2.5x-15 \end{array}$$

$$2.5x=15$$

$$x=6$$

$$-y=2x-16$$

$$-y=2\times 6-16$$

$$y=4$$

$P(3,10),\ (6,4)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(6-3)^2+(4-10)^2}$$

$$\sqrt{(3)^2+(-6)^2}=\sqrt{9+36}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$$

البعد بين l, p $3\sqrt{5}$ وحدة



5) يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(-6, 1), (9, -4)$، وإحداثيا النقطة P هما $(4, 1)$.

حلول

5)

$(-6,1)\ ,(9,-4)$

$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-1}{9-(-6)}=\frac{-5}{15}=\frac{-1}{3}$

$(-6,1)\rightarrow P$

$y=mx+b\rightarrow 1=\frac{-1}{3}\times -6+b$

$1=\frac{6}{3}+b$

$b=1-2$

$b=-1$

معادلة المستقيم l: $y=\frac{-1}{3}x-1$

ميل المستقيم العمودي على l = 3 لأن $3 \times \frac{-1}{3} = -1$ ، $P(4,1)$

$y=mx+b\rightarrow 1=3\times 4+b$

$b=1-12$

$b=-11$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(4,1)$ هي:

$y=3x-11$

بضرب المعادلة $y=3x-11$ في -1 ← $-y=-3x+11$

$$\begin{aligned} y &= \frac{-1}{3}x-1 \\ +(-y &= -3x+11) \\ \hline 0 &= -\frac{10}{3}x+10 \end{aligned}$$

$\frac{10}{3}x=10$

$x=3$

$-y=-3x+11$

$-y=-3\times 3+11$

$y=-2$

$P(4,1),\ (3,-2)$

$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(3-4)^2+(-2-1)^2}$

$\sqrt{(-1)^2+(-3)^2}=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}\approx 3.2$

البعد بين l, p $\sqrt{10}$ وحدة



6) يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(-2, 9)$, $(4, 18)$، وإحداثيا النقطة P هما $(-9, 5)$.

6)

$(4,18)$,$(-2,9)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9-18}{-2-4} = \frac{-9}{-6} = \frac{3}{2}$$

$(4,18) \rightarrow P$

$$y = mx + b \rightarrow 18 = \frac{3}{2} \times 4 + b$$

$$18 = 6 + b$$

$$b = 18 - 6$$

$$b = 12$$

معادلة المستقيم l: $y = \frac{3}{2}x + 12$

ميل المستقيم العمودي على l = $\frac{-2}{3}$ لأن $\frac{-2}{3} \times \frac{3}{2} = -1$ ، $P(-9,5)$

$$y = mx + b \rightarrow 5 = \frac{-2}{3} \times -9 + b$$

$$b = 5 - 6$$

$$b = -1$$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(-9,5)$ هي:

$$y = \frac{-2}{3}x - 1$$

بضرب المعادلة $y = \frac{-2}{3}x - 1$ في -1 ← $-y = \frac{2}{3}x + 1$

$$\begin{aligned} y &= \frac{3}{2}x + 12 \\ + \left(-y \right. &= \left. \frac{2}{3}x + 1\right) \\ \hline 0 &= \frac{13}{6}x + 13 \end{aligned}$$

$$\frac{13}{6}x = -13$$

$$x = -6$$

$$-y = \frac{2}{3}x + 1$$

$$-y = \frac{2}{3} \times -6 + 1 = -4 + 1 = -3$$

$$y = 3$$

$P(-9,5)$, $(-6,3)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-6-(-9))^2 + (3-5)^2}$$

$$\sqrt{(3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} \approx 3.6$$

البعد بين l , p $\sqrt{13}$ وحدة

الرجوع

أوجد البعد بين كل مستقيمين متوازيين فيما يأتي :

(7 $y = -2x + 4$

$y = -2x + 14$

7)

$y = -2x + 4$

$y = -2x + 14$

النقطة $P(0,4)$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما = -2 وميل المستقيم $\overline{P}$ العمودي عليهما = $\frac{1}{2}$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow (y - 4) = \frac{1}{2}(x - 0) \rightarrow$$

$$y - 4 = \frac{1}{2}x \rightarrow y = \frac{1}{2}x + 4$$

$$y = -2x + 14$$
$$y = \frac{1}{2}x + 4$$
$$-2x + 14 = \frac{1}{2}x + 4$$
$$-2x - \frac{1}{2}x = 4 - 14$$
$$-2.5x = -10$$
$$x = 4$$
$$y = -2x + 14$$
$$y = -2 \times 4 + 14$$
$$y = 6$$

نقطة تقاطع المستقيمين p, b: $(4,6), (0,4)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0 - 4)^2 + (4 - 6)^2}$$

$$\sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

البعد بين المستقيمين $\approx 2\sqrt{5}$ وحدة





8)
$y = 7$
$y = -3$

$y = 7$ (8
$y = -3$

$(0,7),\ (0,-3)$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-0)^2 + (-3-7)^2}$

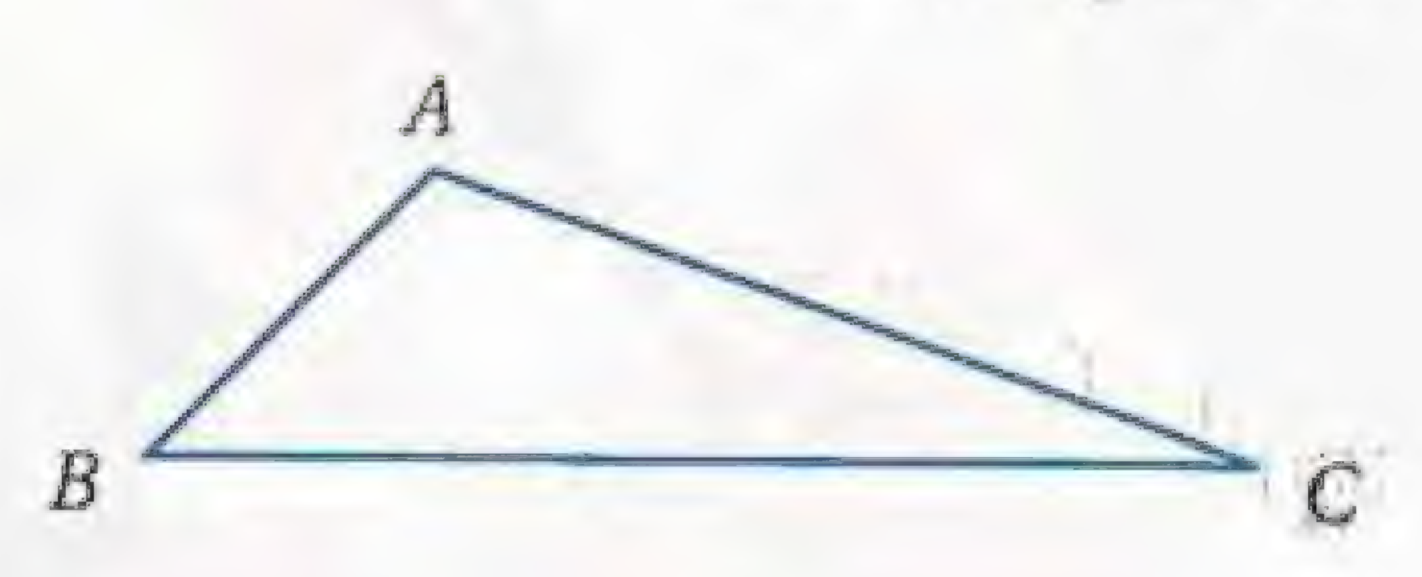
$\sqrt{100} = 10$

البعد بين المستقيمين ≈ 10 وحدات

أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل البعد في كل مما يأتي:



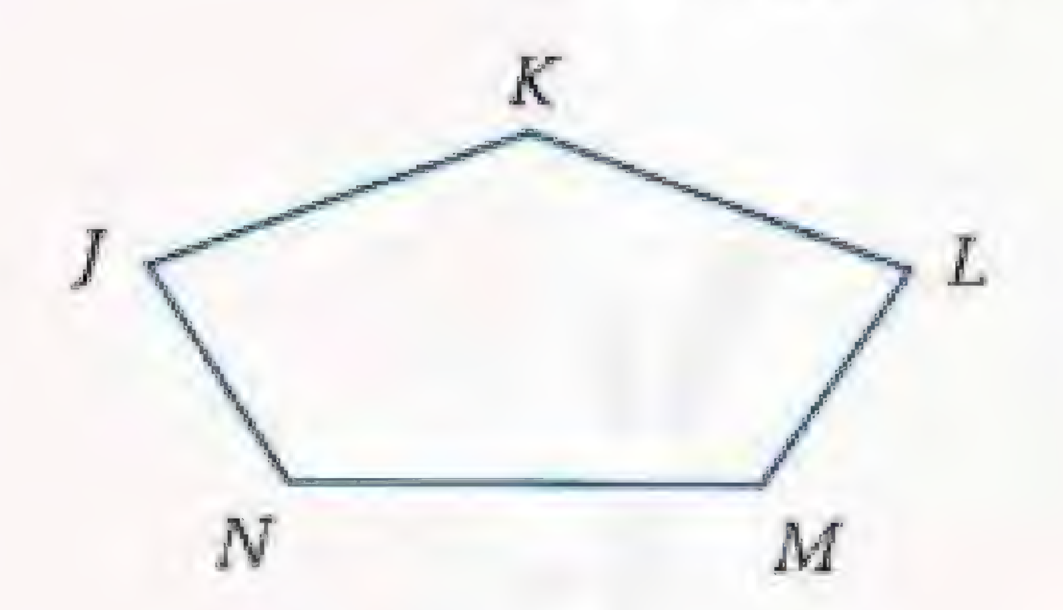


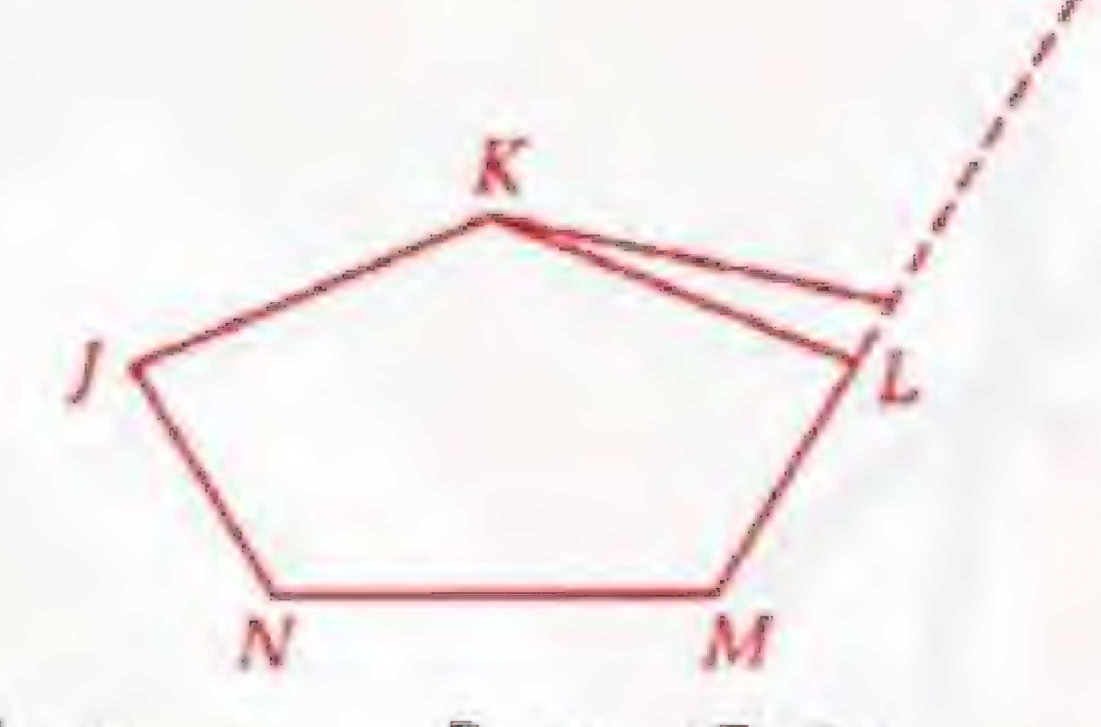




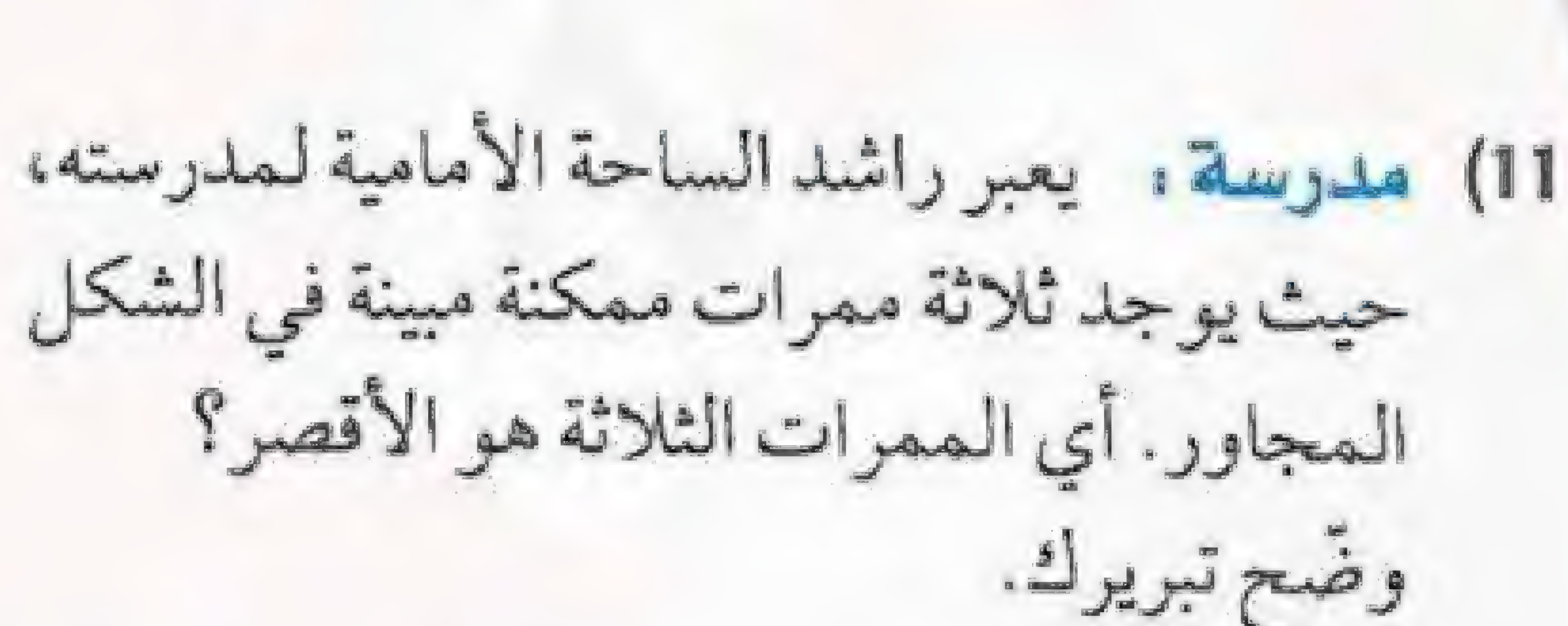


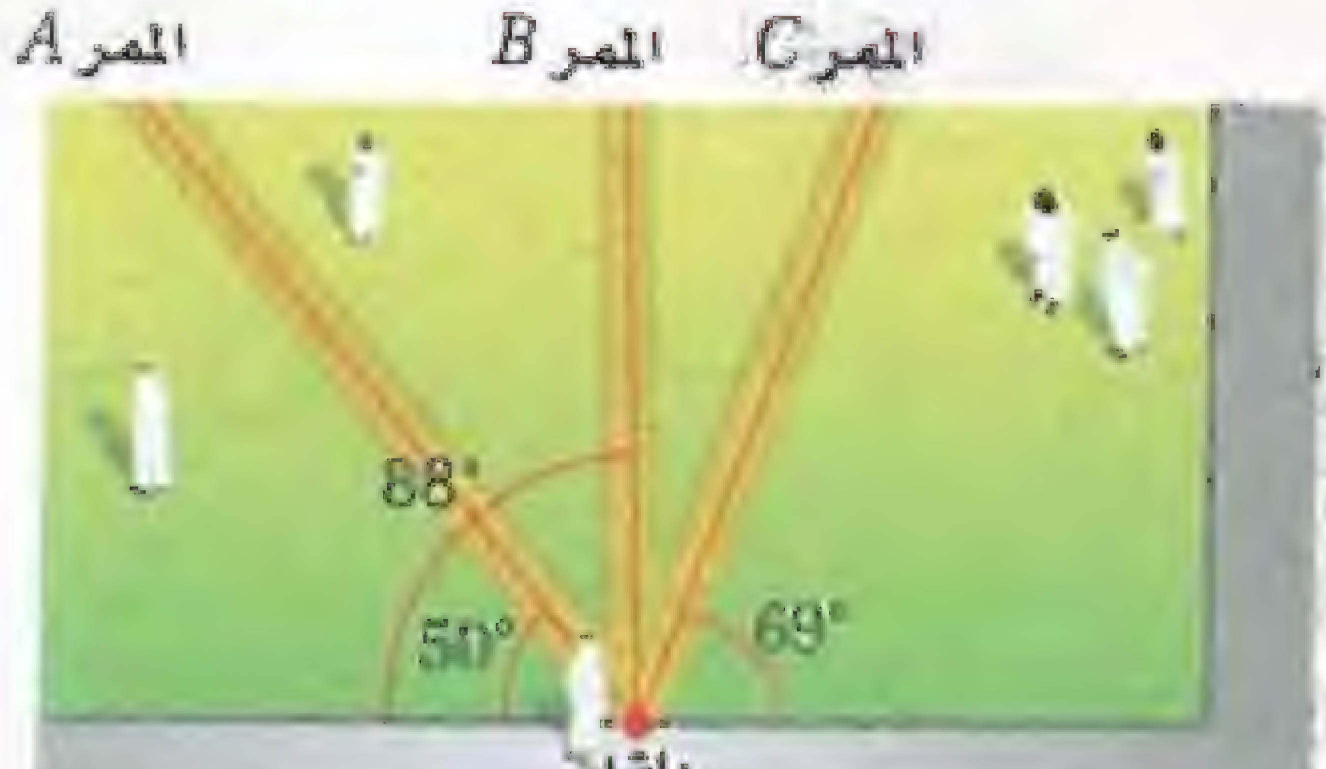
10) البعد بين K و $\overleftrightarrow{LM}$





11) **مدرسة:** يعبر راشد الساحة الأمامية لمدرسته، حيث يوجد ثلاثة ممرات ممكنة مبينة في الشكل المجاور. أي الممرات الثلاثة هو الأقصر؟ وضّح تبريرك.





الممر B هو أقصر هذه الممرات الثلاثة، إذ إن المسافة العمودية هي أقصر مسافة من أحد جانبي الساحة إلى الجانب الآخر. وبما أن الزاوية التي يصنعها الممر B هي الأقرب إلى 90°، فإن الممر B هو أقصرها.



هندسة إحداثية: أوجد البعد بين النقطة P والمستقيم ℓ في كلٍّ مما يأتي:

12) يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(0, -3), (7, 4)$. وإحداثيا النقطة P هما $(4, 3)$.

12)

$(0,-3)\ ,(7,4)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-(-3)}{7-0}=\frac{7}{7}=1$$

$(7,4)$

$y=mx+b \rightarrow 4=1\times 7+b$

$b=-3$

$$\begin{aligned} y &= x-3 \\ +\ y &= -x+7 \\ \hline 2y &= 0+4 \end{aligned}$$

$2y=4$

$y=2$

$y=x-3$

$2=x-3$

$x=5$

معادلة المستقيم l: $y=x-3$

ميل المستقيم العمودي على l = -1 لأن $-1=1\times -1$ ، $P(4,3)$

$y=mx+b \rightarrow 3=-1\times 4+b$

$b=3+4$

$b=7$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(1,7)$ هي:

$y=-x+7$

$P(4,3),\ (5,2)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(5-4)^2+(2-3)^2}$$

$$\sqrt{(1)^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$$

البعد بين l, p: $\sqrt{2}$ وحدة



13) يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(4, 1)$, $(-2, 1)$. وإحداثيا النقطة P هما $(5, 7)$.

13)

$(-2,1)$, $(4,1)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-1}{4-(-2)} = \frac{0}{6} = 0$$

$(4,1)$

$y = mx + b \rightarrow 1 = 0 \times 4 + b$

$b = 1$

معادلة المستقيم l: $y = 1$

$P(5, 7)$

$y = mx + b \rightarrow 7 = 0 \times 5 + b$

$b = 7$

$y = 7$

$P(0,1)$, $(0,7)$

البعد بين l , p: 6 وحدات

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-0)^2 + (7-1)^2}$$

$\sqrt{36} = 6$

14) يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(3, 1)$, $(-8, 1)$. وإحداثيا النقطة P هما $(-2, 4)$.

14)

$(-8,1)$, $(3,1)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-1}{3-(-8)} = \frac{0}{11} = 0$$

$(3,1)$

$y = mx + b \rightarrow 1 = 0 \times 3 + b$

$b = 1$



معادلة المستقيم l: $y = 1$

$P(-2,4)$

$$y = mx + b \rightarrow 4 = 0 \times -2 + b$$
$$b = 4$$
$$y = 4$$

$P(0,1),\ (0,4)$

البعد بين l, p : 3 وحدة

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-0)^2 + (4-1)^2}$$

$$\sqrt{0+9} = 3$$

أوجد البعد بين كل مستقيمين متوازيين فيما يأتي:

15) $y = -2$

$y = 4$

15)
$$y = -2$$
$$y = 4$$
$$(0,-2),\ (0,4)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-0)^2 + (4-(-2))^2}$$

$$\sqrt{0+36} = 6$$



$x = 3$ (16

$x = 7$

16)

$x = 3$

$x = 7$

$(3,0),\ (7,0)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(7-3)^2 + (0-0)^2}$$

$$\sqrt{16+0} = 4$$

$y = \frac{1}{3}x - 3$ (17

$y = \frac{1}{3}x + 2$

17)

$y = \frac{1}{3}x - 3$

$y = \frac{1}{3}x + 2$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما = $\frac{1}{3}$ وميل المستقيم $\overline{p}$ العمودي عليهما = -3 والنقطة $P(0,-3)$

$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow (y - (-3)) = -3(x - 0) \rightarrow$

$y + 3 = -3x \rightarrow y = -3x - 3$

$y = \frac{1}{3}x + 2$

$y = -3x - 3$

$-3x - 3 = \frac{1}{3}x + 2$

$-3x - \frac{1}{3}x = 2 + 3$

$-\frac{10}{3}x = 5$

$x = -1.5$

$y = -3x - 3$

$y = -3 \times 1.5 - 3$

$y = -7.5$



$(0,-3),\ (-1.5,-7.5)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(-1.5-0)^2+(-7.5-(-3))^2}$$

$$\sqrt{(-1.5)^2+(-4.5)^2}=\frac{3}{2}\sqrt{10}$$

$y=15$ (18

$y=-4$

18)

$y=15$

$y=-4$

$(0,15),\ (0,-4)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(0-0)^2+(-4-15)^2}$$

$$\sqrt{(19)^2}=19$$

$3x+y=3$ (19

$y+17=-3x$

19)

$3x+y=3\rightarrow y=-3x+3$

$y+17=-3x\rightarrow y=-3x-17$



المستقيمان متوازيان ميل كل منهما = -3 وميل المستقيم $\overline{P}$ العمودي عليهما = $\frac{1}{3}$ والنقطة $P(0,3)$

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\to(y-3)=\frac{1}{3}(x-0)\to$$

$$y-3=\frac{1}{3}x\to y=\frac{1}{3}x+3$$

$$y=\frac{1}{3}x+3$$
$$y=-3x-17$$
$$-3x-17=\frac{1}{3}x+3$$
$$-3x-\frac{1}{3}x=3+17$$
$$-\frac{10}{3}x=20$$
$$x=-6$$

$$y=-3x-17$$
$$y=-3\times-6-17$$
$$y=1$$

$(0,3),\ (-6,1)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(-6-0)^2+(1-3)^2}$$

$$\sqrt{36+4}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$$

20) $y=-\frac{5}{4}x+3.5$

$4y+10.6=-5x$

20)

$$y=\frac{-5}{4}x+3.5$$

$$4y+10.6=-5x\to y=\frac{-5}{4}x-\frac{10.6}{4}\to y=\frac{-5}{4}x-2.65$$



المستقيمان متوازيان ميل كل منهما = $\frac{-5}{4}$ وميل المستقيم $\overline{P}$ العمودي عليهما = $\frac{4}{5}$ والنقطة $P(0,3.5)$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow (y - 3.5) = \frac{4}{5}(x - 0) \rightarrow$$

$$y - 3.5 = \frac{4}{5}x \rightarrow y = \frac{4}{5}x + 3.5$$

$$y = \frac{-5}{4}x - 2.65$$
$$y = \frac{4}{5}x + 3.5$$
$$\frac{4}{5}x + 3.5 = \frac{-5}{4}x - 2.65$$
$$\frac{4}{5}x + \frac{5}{4}x = -2.65 - 3.5$$
$$2.05x = -6.15$$
$$x = -3$$

$$y = \frac{4}{5}x + 3.5$$
$$y = \frac{4}{5} \times (-3) + 3.5$$
$$y = 1.1$$

$(0,3.5),\ (3,1.1)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3 - 0)^2 + (1.1 - 3.5)^2}$$

$$\sqrt{9 + 5.76} = \frac{3\sqrt{41}}{5} \approx 3.8$$

21) برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين للنظرية 2.9 .

المعطيات: ℓ متساوي البعد عن m ،
و n متساوي البعد عن m.

المطلوب: $\ell \parallel n$



العبارات (المبررات)

1) ℓ متساوي البعد عن m ، و n متساوي البعد عن m (معطيات).

2) $m \parallel \ell$ و $m \parallel n$ (تعريف تساوي البعد).

3) ميل ℓ يساوي ميل m (تعريف توازي مستقيمين) ميل m يساوي ميل n .

4) ميل ℓ يساوي ميل n (بالتعويض).

5) $n \parallel \ell$ (تعريف توازي مستقيمين).

أوجد البعد بين المستقيم و النقطة في كلٍّ مما يأتي:

22) $y = -3, (5, 2)$

22)

$y = -3$

$m = 0, \ (5,2)$

$y = mx + b \rightarrow 2 = 0 \times 5 + b$

$b = 2$

$y = 2$

$(0,-3),(0,2)$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-0)^2 + (2-(-3))^2}$

$\sqrt{0+25} = \sqrt{25} = 5$



$y = \frac{1}{6}x + 6, (-6, 5)$ (23

23)

$y = \frac{1}{6}x + 6, \ (-6,5)$

$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow y - 5 = -6(x+6) \rightarrow$
$y - 5 = -6x - 36 \rightarrow y = -6x - 31$

$\frac{1}{6}x + 6 = -6x - 31$

$\frac{1}{6}x + 6x = -31 - 6$

$\frac{37}{6}x = -37$
$x = -6$
$y = -6x - 31$
$y = 36 - 31$
$y = 5$
$(-6,5)$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-6-(-6))^2 + (5-5)^2}$

$\sqrt{0+0} = 0$

$x = 4, (-2, 5)$ (24

ميل معادلة العمودي على المستقيم $x = 4$ من النقطة $(-2, 5)$ هي $y = 5$. لذا نقطة التقاطع بين المستقيم $x = 4$ و $y = 5$ هي $(4, 5)$.

باستخدام قانون المسافة بين النقطتين $(-2, 5)$ و $(4, 5)$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-2-4)^2 + (5-5)^2}$

$= \sqrt{36+0}$

$= 6$

الرجوع

25) ملصقات: يعلق شاكر مُلصقين على حائط غرفته كما هو مبين في الشكل. كيف يمكن له أن يستعمل البعد بين مستقيمين؛ ليتأكد أن حافتَي الملصقين متوازيتان؟

يمكن أن يقيس شاكر المسافة العمودية بين الملصقين في مكانين مختلفين. ويكون الملصقان متوازيين، إذا كانت المسافات بينهما متساوية.

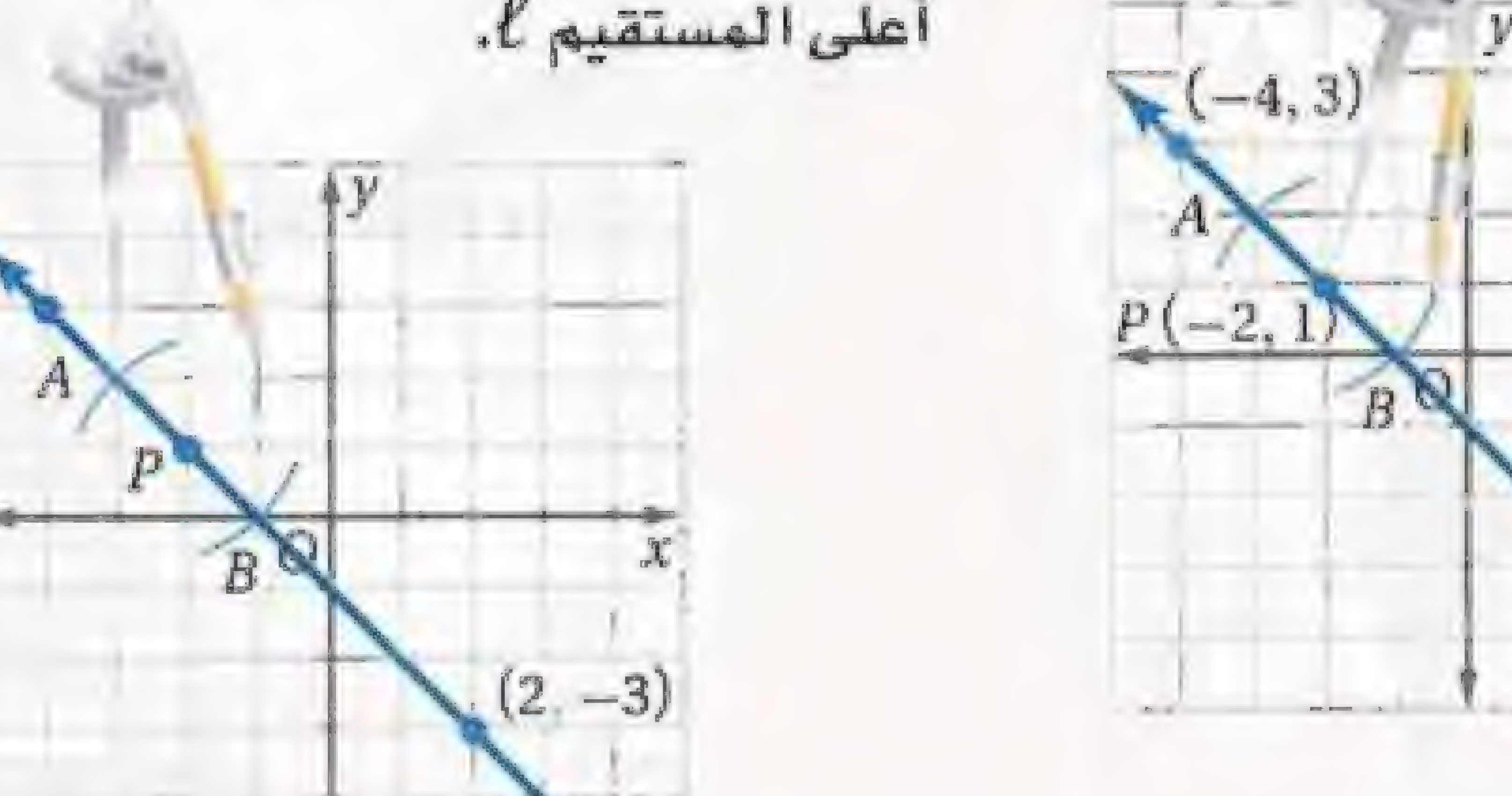
إنشاءات هندسية: يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(-4, 3), (2, -3)$. والنقطة $P(-2, 1)$ تقع على المستقيم ℓ. تتبّع الخطوات أدناه وأجب عما يأتي:

الخطوة 1:

ارسم المستقيم ℓ وعيِّن النقطة P عليه، ثم ضع الفرجار عند النقطة P. وباستعمال فتحة الفرجار نفسها، ارسم قوسين عن يسار ويمين النقطة P. سمِّ نقطتَي التقاطع A و B.

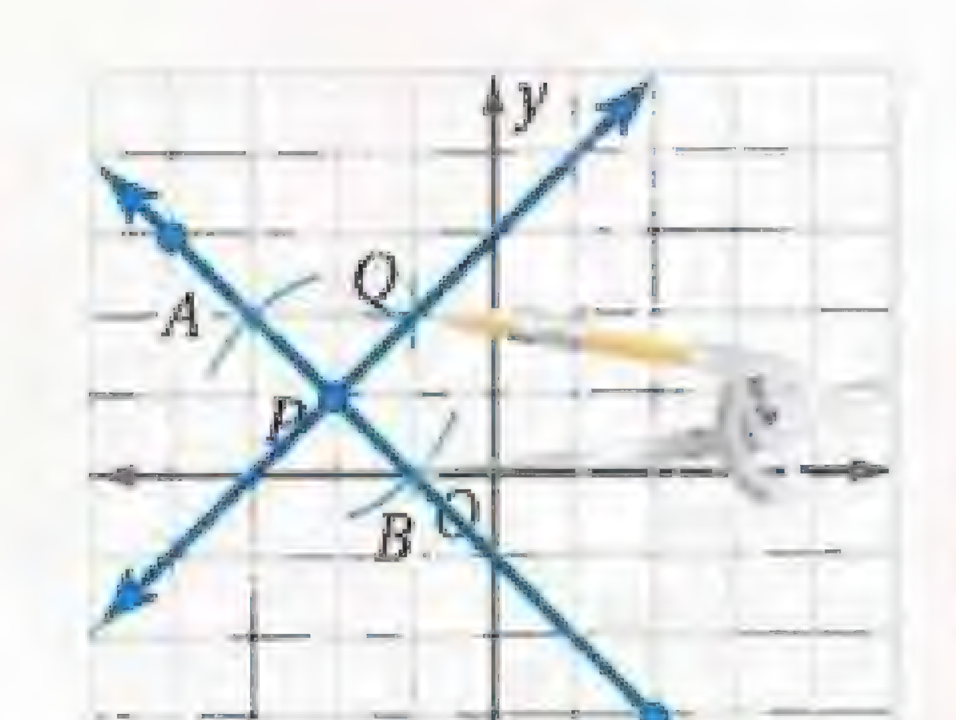
الخطوة 2:

افتح الفرجار فتحة أكبر من AP. وضعه عند النقطة A، وارسم قوسًا أعلى المستقيم ℓ.









الخطوة 3:

باستعمال فتحة الفرجار نفسها، ضع الفرجار عند النقطة B ، وارسم قوسًا يقطع القوس السابق، سمِّ نقطة التقاطع Q. ثم ارسم $\overleftrightarrow{PQ}$.

26) ضع تخمينًا للعلاقة بين المستقيمين ℓ و $\overleftrightarrow{PQ}$ ؟ أثبت تخمينك باستعمال ميلَي المستقيمين.

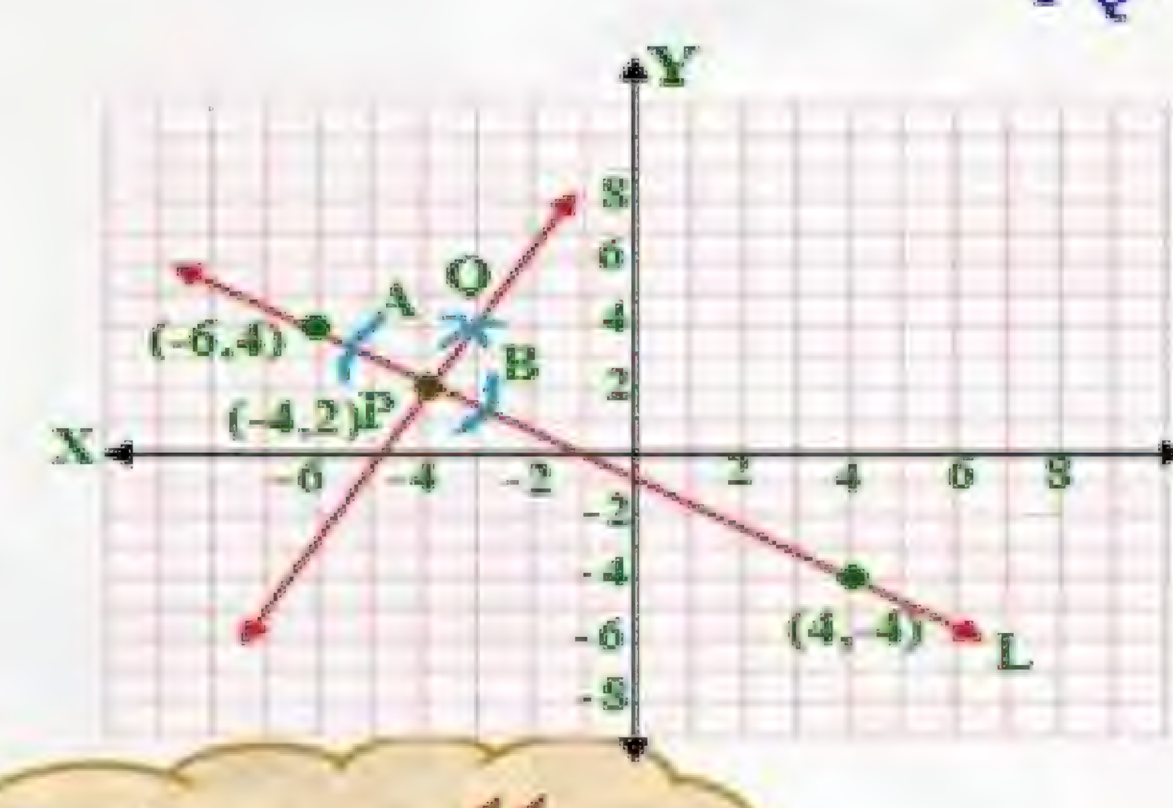
المستقيمان متعامدان، وميل ℓ يساوي -1 وميل $\overleftrightarrow{PQ}$ يساوي 1. وبما أن ناتج ضرب الميلين يساوي -1 ؛ فالمستقيمان متعامدان.

$(-4,3),(2,-3)$

$$\overline{L} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-3}{2-(-4)} = \frac{-6}{6} = -1$$

$(-2,1),(-1,2)$

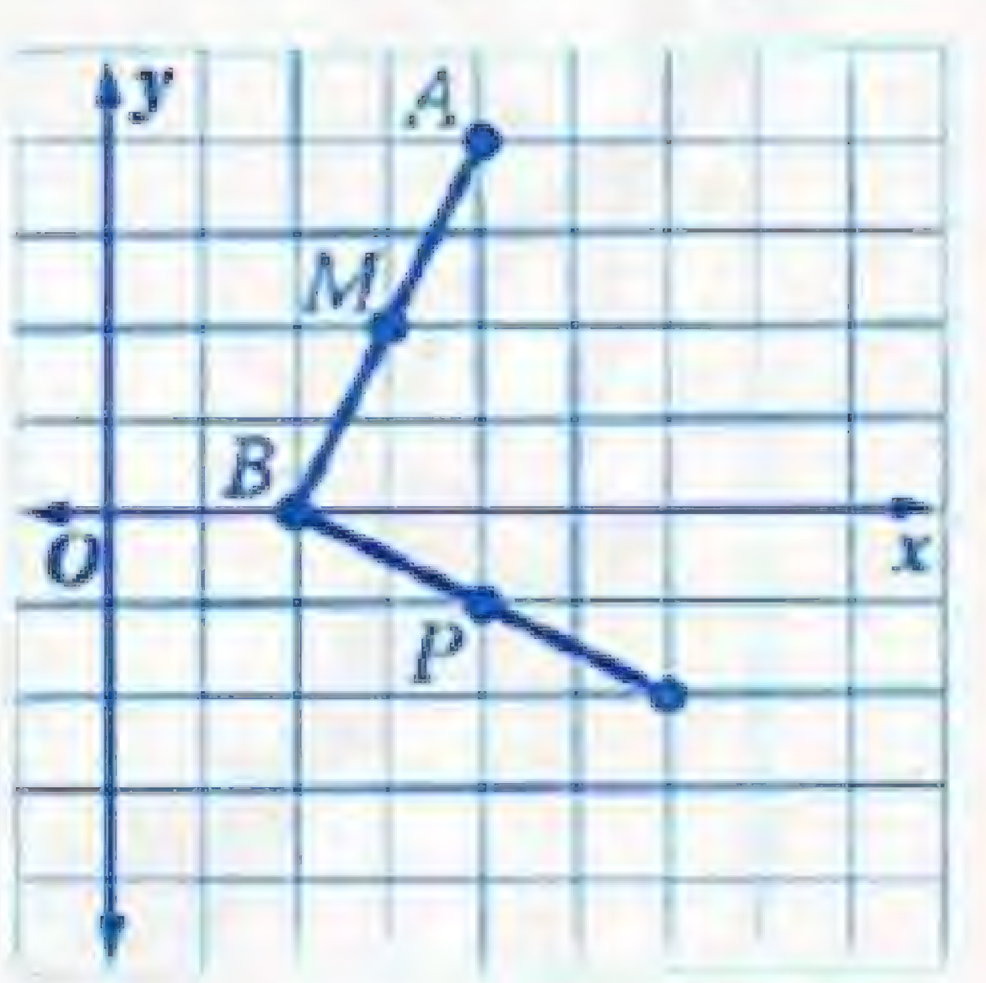
$$\overline{PQ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-1}{-1-(-2)} = \frac{1}{1} = 1$$



27) كرر النشاط أعلاه باستعمال مستقيم آخر ونقطة عليه.

الرجوع

28) **هندسة إحداثية:** ميل $\overline{AB}$ يساوي 2، ونقطة منتصفها $M(3, 2)$. ونقطة منتصف قطعة مستقيمة أخرى عمودية على $\overline{AB}$ هي $P(4, -1)$، ولها نقطة الطرف B نفسها.



a) مثّل القطعتين المستقيمتين بيانيًّا.

b) أوجد إحداثيات A و B.

A(4,4) ,B(2,0)

29) **تمثيلات متعددة:** في هذه المسألة، سوف تستكشف مساحات مثلثات متكوّنة من نقاط على مستقيمين متوازيين.

A B

3 cm

m

a) **هندسيًّا:** ارسم مستقيمين متوازيين، وسمّهما كما في الشكل المجاور.



b) **لفظيًا:** أين تضع النقطة C على المستقيم m، حتى يكون للمثلث ABC أكبر مساحة؟ وضّح تبريرك.

ضع النقطة C عند أي مكان على المستقيم m . فمساحة المثلث تساوي نصف طول القاعدة مضروباً في الارتفاع. ويبقى هذان العددان ثابتين أينما كان موقع النقطة C.

c) **تحليليًا:** إذا كان $AB = 11$ cm، فما القيمة العظمى لمساحة $\triangle ABC$؟

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع

$$\frac{1}{2} \times 11 \times 3 = 16.5 cm^2$$

30) **اكتشف الخطأ:** رسم ماجد القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ أدناه باستعمال حافة مستقيمة، ويدّعي أنه إذا مدّ هاتين القطعتين المستقيمتين فإنهما لن تتقاطعا أبدًا. خالفه زيد الرأي وقال: إنهما تتقاطعان. أيٌّ منهما على صواب؟ برِّر إجابتك.

A ———————— B

C ———————— D

ادّعاء زيد صحيح؛ إذ أن البعد بين النقطتين A و C يساوي 1.2 cm تقريبًا. على حين أن البعد بين B و D يساوي 1.35 cm تقريبًا. وبما أن البعد بين المستقيمين غير ثابت فسيلتقيان عندما يمدان على استقامتيهما.



31) **اكتب:** صفْ طريقة يمكن استعمالها لرسم مستقيم يبعد نفس البعد عن المستقيمين المتوازيين $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$

$A \longleftrightarrow B$

$C \longleftrightarrow D$

ايجاد المستقيم العمودي من B إلى D و ايجاد المستقيم العمودي من A إلى C ثم إيجاد منتصف كل عمود منهما والتوصيل بين منتصفيهما لإيجاد مستقيم يوازي المستقيمين الأخرين.

32) **تحدٍّ:** افترض أن مستقيمًا عموديًا على مستقيمين متوازيين ويقطعهما في النقطتين $(0, 6)$, $(a, 4)$. إذا كانت المسافة بين المستقيمين المتوازيين $\sqrt{5}$ وحدات، فأوجد قيمة a ومعادلتَي المستقيمين المتوازيين.

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \rightarrow \sqrt{(0-a)^2+(6-4)^2}=\sqrt{5}$$

$$(0-a)^2+(6-4)^2=5$$

$$a^2+4=5$$

$$a^2=5-4$$

$$a=\pm 1$$

إذا كانت $a=1$ والنقطتين $(0,6)$, $(1,4)$

ميل المستقيم العمودي: $m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{6-4}{0-1}=\dfrac{2}{-1}=-2$

ميل المستقيمين المتوازين: $m=\dfrac{1}{2}$



(1,4)

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-4=\frac{1}{2}(x-1)\rightarrow y-4=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$$

$$y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}$$

(0,6)

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-6=\frac{1}{2}(x-0)$$

$$y=\frac{1}{2}x+6$$

إذا كانت $a=-1$ والنقطتين $(0,6)$ ، $(-1,4)$

ميل المستقيم العمودي: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{6-4}{0+1}=\frac{2}{1}=2$

ميل المستقيمين المتوازين: $m=-\frac{1}{2}$

$(-1,4)$

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-4=\frac{-1}{2}(x-(-1))\rightarrow$$

$$y-4=\frac{-1}{2}x-\frac{1}{2}\rightarrow y=\frac{-1}{2}x+\frac{7}{2}$$

$(0,6)$

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-6=\frac{-1}{2}(x-0)$$

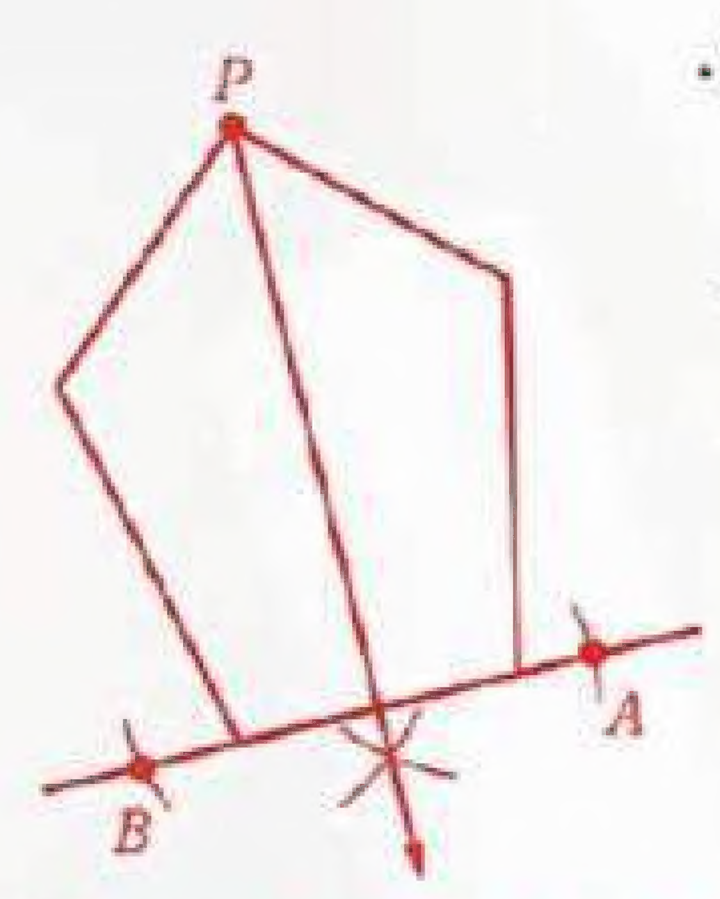
$$y=\frac{-1}{2}x+6$$



33) تبرير: حدد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أحياناً، أو صحيحة دائماً، أو غير صحيحة أبداً. وضح تبريرك.

يمكن إيجاد البعد بين مستقيم ومستوى.

صحيحة أحياناً؛ إذ يمكن إيجاد هذا البعد عندما يكون المستقيم يوازي المستوى فقط.



34) **مسألة مفتوحة:** ارسم مضلعًا محدبًا غير منتظم باستعمال مسطرة.

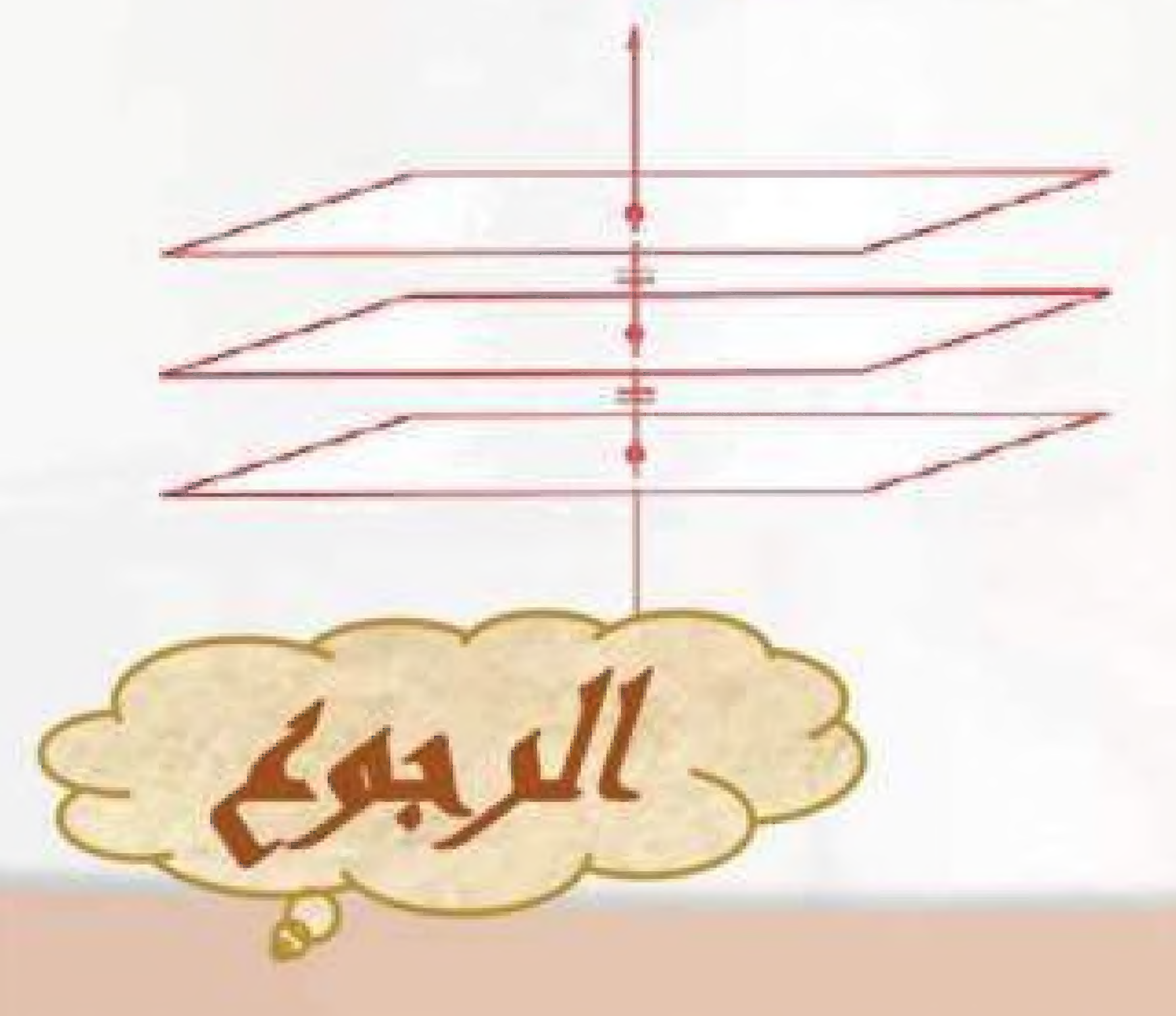
a) أنشئ قطعة مستقيمة تمثل البُعد بين أحد الرؤوس وضلع غير مجاور له.

b) استعمل القياس لتتحقق من أن القطعة المستقيمة التي رسمتها عمودية على الضلع الذي اخترته.

باستعمال المنقلة، نجد أن قياس الزاوية التي أنشئت يساوي 90°. لذا فالمستقيم الذي أنشئ من الرأس P عمودي على الضلع المختار غير المجاور.

إذا كان المستويان متساويي البعد عن مستوى ثالث، فإن المستويين متوازيان.

35) **تحدٍّ:** أعد كتابة النظرية 2.9 بدلالة مستويين متساويَي البعد عن مستوٍ ثالث، وارسم مثالًا على ذلك.



36) **اكتب:** لخِّص الخطوات الضرورية لإيجاد البُعد بين مستقيمين متوازيين إذا عُلمت معادلتاهما.

نختار نقطة على أحد المستقيمين، ونجد معادلة المستقيم الذي يعامد المستقيمين المتوازيين ويمر في هذه النقطة، ثم نجد نقطة تقاطع هذا العمودي مع المستقيم الآخر الذي لم يستعمل في الخطوة الأولى، وبعد ذلك نستعمل صيغة المسافة بين نقطتين؛ لإيجاد المسافة بين النقطة المفروضة على المستقيم الأول، ونقطة التقاطع على المستقيم الثاني، فيكون الناتج هو البعد بين المستقيمين المتوازيين.

